四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

御製歷象考成後編目録卷一

詳校官欽天監博士臣張天樞

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官降調編修臣倉聖脉

校對官教習臣倪廷梅

謄録監生臣蔡本俊

繪圖監生臣劉秉仁

欽定四庫全書　　子部六

御製歴象考成後編目録　　天文算法類一推步之屬

日躔表

卷八

月離表上

卷九

月離表下

卷十

交食表

臣等謹案

御定歷象考成後編十卷乾隆二年奉

勑撰新法算書推步法數皆仍西史第谷之舊其

圖表之參差解說之隱晦者

聖祖仁皇帝歷象考成上下二編研精闡微窮究理

數固已極一時推步之精示萬世修明之法

矣第測驗漸久而漸精算術亦愈變而愈巧

自康熙中西洋噶西尼法蘭德等出又新製

墜子表以定時千里鏡以測遠以發第谷未

盡之義大端有三其一謂太陽地半徑差舊
定為三分今測止有十秒葢日天半徑甚遠
測量所係秖在秋微又有蒙氣雜乎其內㝵
為難定因思日月星之在天惟恒星無地半
徑差若以日星相較可得其準而日星不能
兩見是測日不如測五星也土木二星在日
上地半徑差愈微金水二星雖有時在日下
而其行繞日逼近日光均為難測惟火星繞

日而亦繞地能與太陽衝故夜半時火星正當子午線於南北兩處測之同與恒星相較其距恒星若相等則是無地半徑差若相距不等即為有地半徑差其不等之數即兩處地半經差之較且火星衝太陽時其距地較太陽為近則太陽地半徑差以比例算之必更小于火星地半徑差也其一謂清蒙氣差舊定地平上為三十四分高四十五度止

有五秒令測地平上止三十二分高四十五度尚有五十九秒其說謂蒙氣統乎地球之周日月星照乎蒙氣之外人在地面為蒙氣所映必能視之使高而日月星之光線入乎蒙氣之中必反折之使下故光線與視線在蒙氣之内則合而為一蒙氣之外則岐而為二所岐雖有不同而相合則有定處自地心過所合處作線抵圜周則此線即為蒙氣之

割線視線與割線成一角光線與割線亦成一角二角相減即得蒙氣差角也其一謂日月五星之本天舊說為平圓今以為撱圓兩端徑長兩腰徑短蓋太陽之行有盈縮由於本天有高卑春分至秋分行最高半周故行縮而歴日多秋分至春分行最卑半周故行盈而歴日少其說一為不同心天一為本輪而不同心天之兩心差即本輪之半徑故二

者名雖異而理則同也第谷用本輪推盈縮差惟中距與實測合而最高最卑前後則差因用均輪以消息之然天行不能無差刻白爾以來屢加精測又以均輪所推高卑前後漸有微差乃設本天為撱圓均分撱圓而積為逐日平行之度則卑卑之理既與舊說無異而高卑前後盈縮之行乃俱與實測相符也據此三者則第谷舊法經緯俱有微差雖

正八年六月朔日食以新法較之纖微密合是以

世宗憲皇帝特允監臣戴進賢之請命脩日躔月離二表續於歷象考成之後然有表無說亦無推算之法吏部尚書顧琮恐久而失傳奏請

增修表解圖說仰請

睿裁垂諸永久凡新法與舊不同之處始抉剔底蘊闡發無餘而其理仍與

聖祖仁皇帝御製上下二編若合符節益足見

聖

聖相承先後同揆矣乾隆四十六年十月恭校上

總纂官臣紀昀臣陸錫熊臣孫士毅

總校官臣陸費墀

欽定四庫全書

御製歴象考成後編卷一

日躔數理

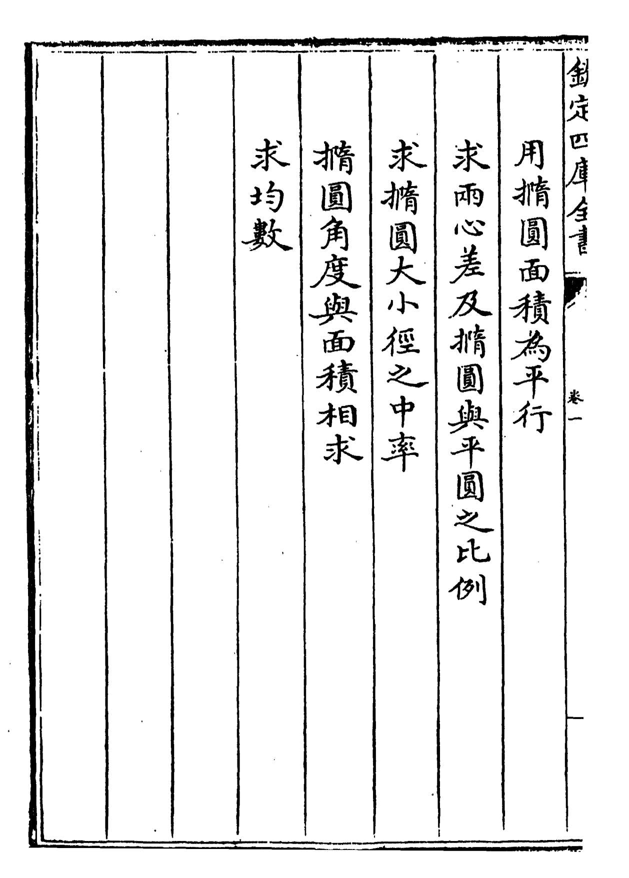
日躔總論

歲實

黄赤距緯

清蒙氣差

地半徑差



用撱圓面積為平行

求兩心差及撱圓與平圓之比例

求撱圓大小徑之中率

撱圓角度與面積相求

求均數

日躔總論

欽若授時以日躔為首務蓋日出而為晝入而為夜與月會而為朔行天一周而為歲歲月日皆於是乎紀故堯典以賓餞永短定治歷之大經萬世莫能易也其推步之法三代以上不可考漢晉諸家皆以日行一度三百六十五日四分日之一而一周天自北齊張子信始覺有入氣之差而立損益之率隋劉焯立盈縮躔度與四序為升降厥法加詳至元郭守敬乃分盈縮初末四

限較前代為密西法自多禄畝以至第谷則立為本天高卑本輪均輪諸説用三角形推算其術尤精上編言之備矣近世西人刻白爾噶西尼等更相推考又以本天為撱圓均分其面積為平行度與舊法迥殊然以求盈縮之數則界乎本輪均輪所得數之閒蓋其法之巧合雖若與第谷不同而其理則猶是本天高卑之説也至若歲實之轉增距緯與兩心差之漸近地半徑差蒙氣差之互為大小則亦由於積候損益舊數以成一家

之言今用其法並釋其義云

歲實

日行天一周為歲周歲之日分為歲實古法日行一度故周天為三百六十五度四分度之一歲實為三百六十五日四分日之一（周日為一萬分四分之一為二千五百分）堯典曰朞三百有六旬有六日杜預謂舉全數而言則有六日其實五日四分日之一是也漢末劉洪始覺冬至後天以為歲實太强減歲餘分二千五百為二千四百六十二晉虞喜宋何承天祖沖之謂歲當有差乃損歲餘以益天

周歲差之法由斯而立元郭守敬取劉宋大明戊寅以來相距之積日時刻求得歲實為三百六十五日二千四百二十五分比四分日之一減七十五分而天周即為三百六十五度二千五百七十五分矣西法周天三百六十度第谷定歲實為三百六十五日五時三刻三分四十五秒以周日一萬分通之得三百六十五日二四二一八七五較之郭守敬又減萬分之三有奇以除周天三百六十度得每日平行五十九分零八秒一十

九微四十九纖五十一忽三十九芒即十分度之九分八五六四七三六五八歲差則謂恒星每年東行五十一秒不特天自為天歲自為歲而星又自為星其理甚明其用尤便上編仍之厥後西人奈端等屢測歲實又謂第谷所減太過酌定歲實為三百六十五日五時三刻三分五十七秒四十一微三十八纖二忽二十六芒五十六塵以周日一萬分通之得三百六十五日二四二三三四四二〇一四一五比第谷所定多萬分之一有奇以除周天三百

六十度得每日平行五十九分零八秒一十九微四十四纖四十三忽二十二芒零三塵（即十分度之九分八五六四六九六九三五一二八二二五）比第谷所定少五纖有奇每年少三十微有奇蓋歲實之分數增則日行之分數減據今表推雍正元年癸卯天正冬至比第谷舊表遲二刻日躔平行根比舊表少一分一十四秒（見推日躔用數）而第谷去今一百四十餘年以數計之其差恰合是亦取前後兩冬至相距之積日時刻而均分之非意為增損也至於歲實消長

統天授時用之新法算書雖爲之說而實未用其數茲
不具論

黄赤距緯

黄赤距緯古今所測不同自漢以來皆謂黄道出入赤道南北二十四度元郭守敬所測為二十三度九十分三十秒以周天三百六十度每度六十分約之得三十三度三十三分三十二秒新法算書用西人第谷所測為二十三度三十一分三十秒康熙五十二年

皇祖聖祖仁皇帝命和碩莊親王等率同儒臣於暢春園蒙養齋開局測太陽高度得黄赤大距為二十三度二十

九分三十秒今監臣戴進賢等歷考西史第谷所測蓋在明隆萬時而漢時多禄畝所測為二十三度五十一分三十秒較第谷為多我朝順治年間刻白爾改為二十三度三十分後利酌理噶西尼又改為二十三度二十九分俱較第谷為少其前後多少之故或謂諸家所用蒙氣差地半徑差之數各有不同故所定距緯亦異然合中西考之第谷以前未知有蒙氣差而多禄畝與古為近至郭守敬則與第谷相若而去多禄畝則有十

數分之多康熙年間所用蒙氣差地半徑差俱仍第谷之舊與刻白爾噶西尼等所用之數不同而所測大距又相去不遠由此觀之則黃赤距度古今實有不同而非由於所用差數之異所當隨時考測以合天也近日西法並宗噶西尼故黃赤大距為二十三度二十九分至於測量之術推算之理上編闡奧發微千古不易故不復載

清蒙氣差

清蒙氣差西人第谷始發其義謂地中遊氣上騰能升卑為高映小為大而蒙氣之厚薄升像之高下又隨地不同其所作蒙氣差表謂其國北極出地五十五度測得地平上最大蒙氣差三十四分自地平以上其差漸少至距地高四十五度猶差五秒更高則無蒙氣矣厥後西人又言北極高四十八度太陽高四十五度時蒙氣差尚有一分餘自地平至天頂皆有蒙氣差上編具載其說而表則仍新法算書第谷

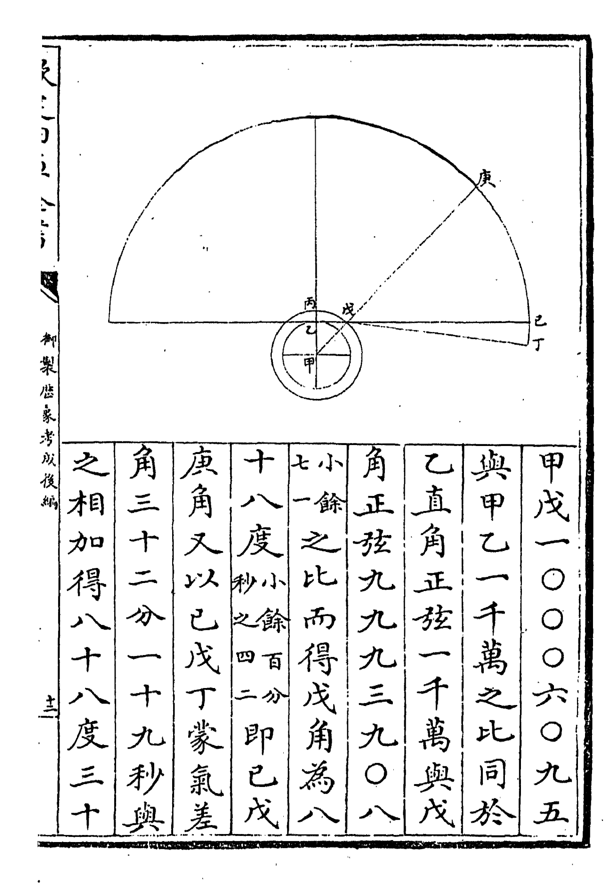
之舊也今監臣戴進賢等厯考西史第谷所定地平上蒙氣差其門人刻白爾即謂失之稍大而猶未定有確數至噶西尼始從而改正焉其說謂蒙氣繞乎地球之周日月星照乎蒙氣之外人在地面為蒙氣所映必能視之使高而日月星之光線入乎蒙氣之中必反折之使下故光線與視線在蒙氣之內則合而為一蒙氣之外則岐而為二此二線所交之角即為蒙氣差角第谷已悟其理然猶未有算術噶西尼反覆精求謂視線與光線所岐雖有不同而相合則

有定處自地心過所合處作線抵圜周則此線即為
蒙氣之割線視線與割線成一角光線與割線亦成
一角二角相減即得蒙氣差角爰在北極出地高四
十四度處屢加精測得地平上最大差為三十二分
一十九秒蒙氣之厚為地半徑千萬分之六千零九
十五視線角與光線角正弦之比例常如一千萬與
一千萬零二千八百四十一用是以推逐度之蒙氣
差至八十九度尚有一秒驗諸實測較第谷為密近
日西法並宗之具詳圖法於左

如圖甲為地心乙為地面乙甲為地半徑一千萬丙乙為蒙氣之厚六千零九十五丁為太陽月星倣此照於蒙氣之戊人自地面乙視之則見日於戊者當本天之己己戊乙為視線丁戊乙為光線是視線常高光線常卑視線常直光線常

折在戊點蒙氣之内則光線與視線合同為戊乙出乎戊點之外則視線巳戊光線丁戊岐而為二故巳戊丁角為蒙氣差角試自地心甲出線過戊點至庚則庚甲即為地平上蒙氣之割線巳戊庚角為視線與割線所成之角丁戊庚

角為光線與割線所成之角而已戊丁蒙氣差角即為兩角之較今既測得地平上蒙氣差為三十二分一十九秒又測定蒙氣之厚為六千零九十五則已戊庚視線角與丁戊庚光線角可以得其比例其術用甲乙戊直角三角形以

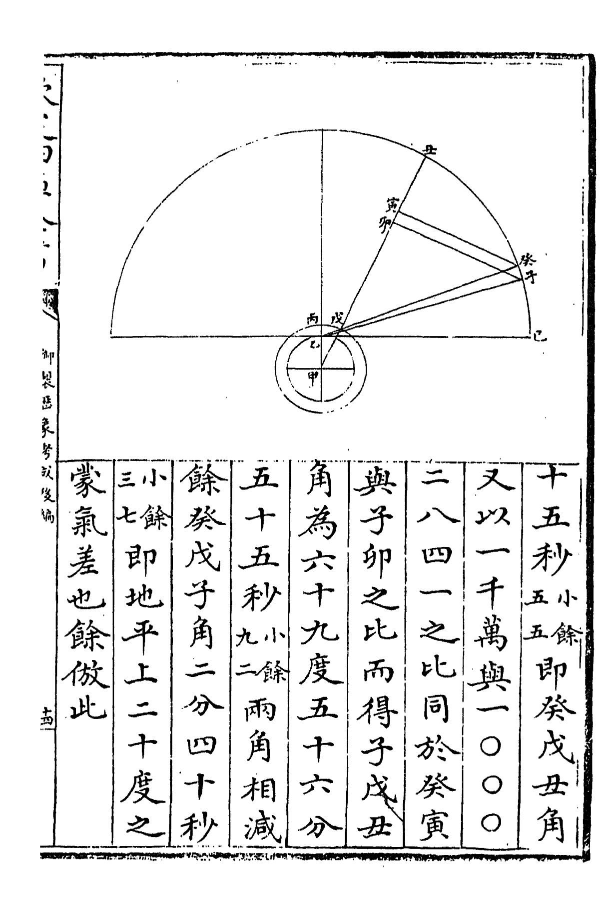


甲戊一〇〇〇六〇九五與甲乙一千萬之比同於乙直角正弦一千萬與戊角正弦九九九三九〇八小餘七一之比而得戊角為八十八度小餘百分秒之四二即己戊庚角又以己戊丁蒙氣差角三十二分一十九秒與之相加得八十八度三十

二分一十九秒小餘四二即丁戊庚角其正弦為九九九九六七四八小餘二五夫視線角之正弦己辛為九九九三九〇八小餘七一則光線角之正弦丁壬為九九九六七四八小餘二五若設己辛為一千萬則丁壬必為一〇〇〇二八四一此兩角正弦

之比例也既得兩弦之比例而蒙氣差之戊角與視線交蒙氣割線之戊角同以在地平為最大漸近天頂則漸小則是二者常相因而逐度之蒙氣差皆可以兩弦比例而推如求地平上高二十度癸己弧之蒙氣差則癸戊乙為視線

子戊乙為光線丑戊甲為地平上二十度蒙氣之割線戊乙丙角為七十度癸戊丑角為視線與割線所戊丑角為光線與割線所成之角其正弦為癸寅子成之角其正弦為子卯先用甲戊乙三角形求得戊角六十九度五十四分一



十五秒小餘五五即癸戊丑角又以一千萬與一〇〇〇二八四一之比同於癸寅與子卯之比而得子戊丑角為六十九度五十六分五十五秒小餘九二兩角相減餘癸戊子角二分四十秒小餘三七即地平上二十度之蒙氣差也餘做此

地半徑差

地半徑差者視高與實高之差也太陽距地平近則差角大漸高則漸小又太陽在最卑距地心近則差角大在最高距地心遠則差角小在中距為適中新法算書用歌白尼所定地半徑與中距日天半徑之比例為一與一千一百四十二地平上最大差為三分上編仍之其測量推算之法言之詳矣自後噶西尼等謂日天半徑甚遠無地半徑差而測量所係只在秒微又有蒙氣雜乎其內最為難定因思日月星

之在天惟恒星無地半徑差若以日與恒星相較可得其準而日星不能兩見是測日不如測五星也土木二星在日上去地尤遠地半徑差愈微金水二星雖有時在日下而其行繞日逼近日光均為難測惟火星繞日而亦繞地能與太陽衡故夜半時火星正當子午線於南北兩處測之同與一恒星相較其距恒星若相等則是無地半徑差若相距不等即為有地半徑差其不等之數即兩處地半徑差之較且火星衡太陽時其距地較太陽為近則太陽地半徑差

必更小於火星地半徑差也噶西尼用此法推得火星在地平上最大地半徑差為二十五秒比例得太陽在中距時地平上最大地半徑差為一十秒驗之交食果為脗合近日西法並宗其說今用所定地半徑差求地半徑與日天半徑之比例中距為一與二萬零六百二十六最高為一與二萬零九百七十五最卑為一與二萬零二百七十七以求地平上最大之地半徑差最高為九秒五十微最卑為一十秒一十微測算之法並述於左

康熙十一年壬子秋分前十四日火星與太陽衝西人噶西尼於富郎濟亞國測得火星距天頂五十九度四十分一十五秒利實爾於噶耶那島測得火星距天頂一十五度四十七分五秒同時用有千里鏡能測秒微之儀器與子午

線上最近一恒星測其相距噶西尼所測火星較低一十五秒如噶西尼測得火星距恒星下四十分一十五秒利實爾測得火星距恒星下四十分又逐日細測恒星距天頂噶西尼測得為五十九度利實爾測得為一十五度七分五秒各與所測火星距恒星之數相加即以各得火星距天頂之度之立法甲為地心乙為富郎濟亞國地面丙為天頂

丁為噶耶那島地面戊為天頂己為火星丙戊己庚為子午線如兩地面不同在一子午線則須按東西里差求其同一子午線之髙度見上編日躔理歴己乙丙角為乙處火星視距天頂五十九度四十分一十五秒己丁戊角為丁處火星視距天頂一十五度四十七分五秒地面

為視距地心為實距辛為恒星辛甲丙角為乙處恒星距天頂之度辛甲戊角為丁處恒星距天頂之度因恒星距地甚遠地面所視與地心無異故無地半徑差假若火星亦無地半徑差則乙處火星實距天頂當為己甲丙角丁處火星實距天

頂當為己甲戊角而火星與恒星之相距即同為己甲辛角無高低之異乃乙處所測火星距天頂為己乙丙角較之實距天頂之己甲丙角低一乙己甲角是即乙處之地半徑差也丁處所測火星距天頂為己丁戊角較之實距天頂

丙 戊 辛 己 乙 丁 甲 庚

之己甲戊角低一丁己甲角是即丁處之地半徑差也夫火星之距恒星一也因乙處所測火星距天頂遠故乙己甲差角大丁處所測火星距天頂近故丁己甲差角小則乙處所測火星距恒星較丁處低一十五秒即兩差角相減所

丙
戊
己
壬
乙
癸
丁
甲
庚

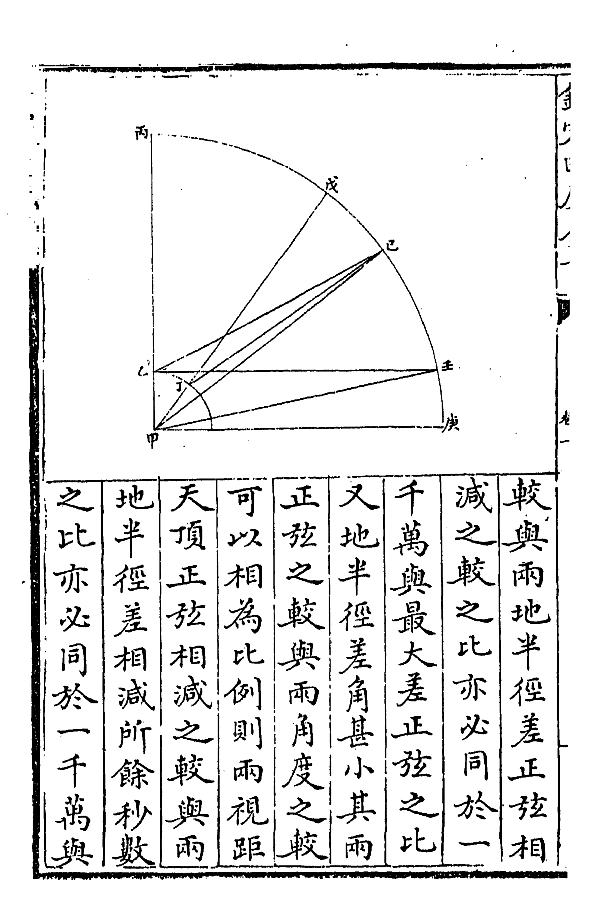
餘之丁己乙角乃兩處地半徑差之較也既得地半徑差較丁己乙角而欲求地平上最大差甲壬乙角則以兩處所測火星距天頂之正弦相減與地半徑差較秒數之比即同於半徑一千萬與地平上最大差秒數之比蓋將己乙線

引長至癸自甲作甲癸垂線成甲癸乙直角形癸為直角乙角與己乙丙為對角即乙處火星距天頂之度甲癸為地半徑差乙己甲角之正弦（甲己為半徑故）為甲乙為地半徑即最大差甲壬乙角之正弦（甲壬為半徑故）其法為乙角正弦與甲癸之比

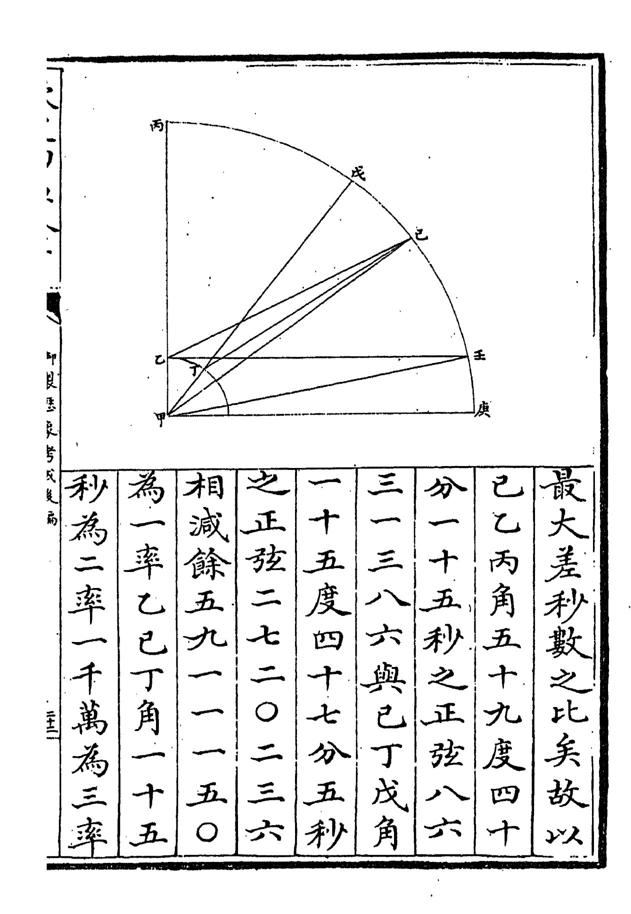
同於癸直角正弦一千萬與甲乙之比檢表而得壬角也又將己丁線引長至子自甲作甲子垂線成甲子丁直角形子為直角丁角與己丁戊為對角即丁處火星距天頂之度甲子為地半徑差丁己甲角之正弦甲丁與甲乙等亦為

丙 戊 己 乙 丁 子 甲 壬 庚

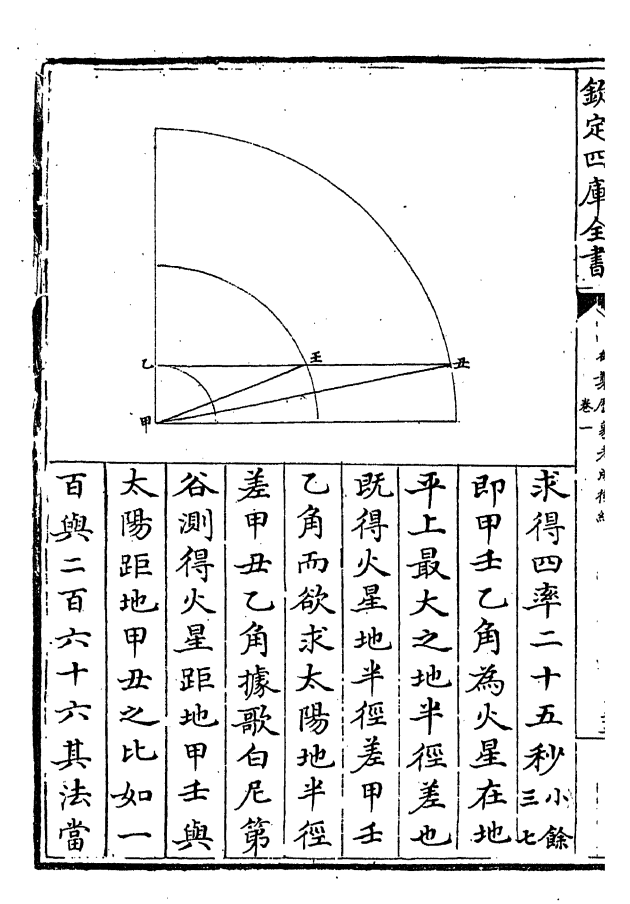
最大差甲壬乙角之正弦其法為丁角正弦與甲子之比同於子直角正弦一千萬與甲丁之比亦檢表而得壬角也夫兩視距天頂之正弦與兩地半徑差正弦之比既皆同於一千萬與最大差正弦之比則兩視距天頂正弦相減之



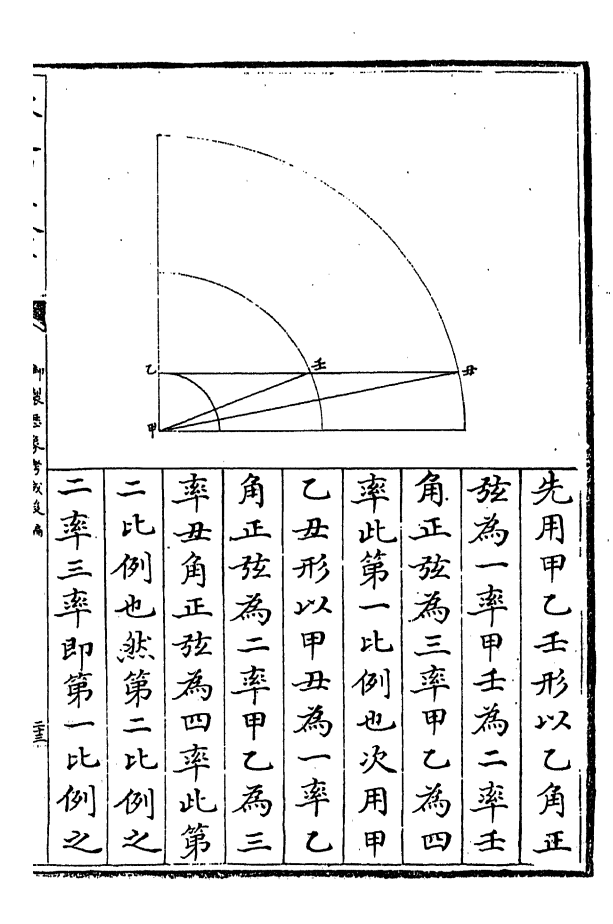
較與兩地半徑差正弦相減之較之比亦必同於一千萬與最大差正弦之比又地半徑差角甚小其兩正弦之較與兩角度之較可以相為比例則兩視距天頂正弦相減之較與兩地半徑差相減所餘秒數之比亦必同於一千萬與



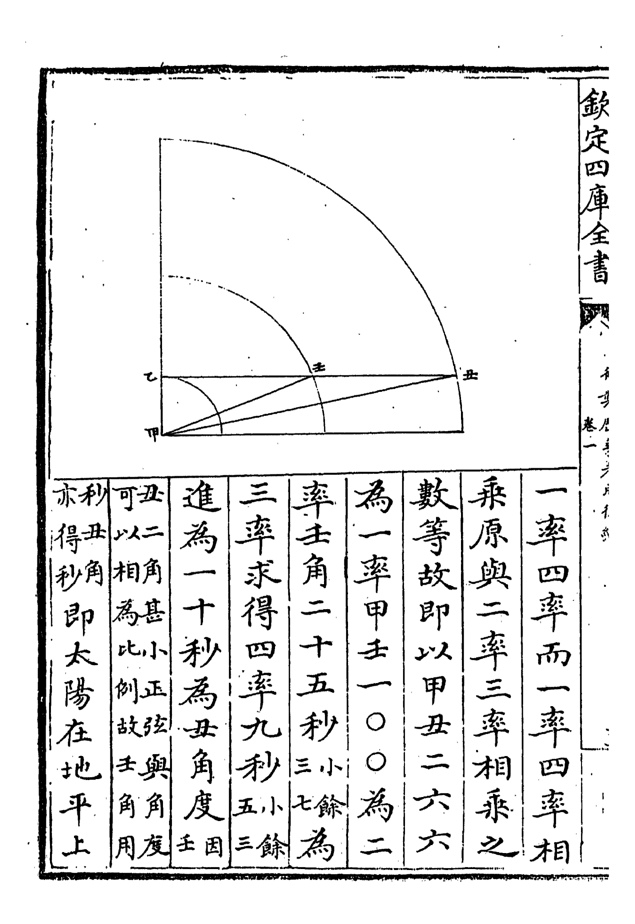
最大差秒數之比矣故以己乙丙角五十九度四十分一十五秒之正弦八六三一三八六與己丁戊角一十五度四十七分五秒之正弦二七二〇二三六相減餘五九一一一五〇為一率乙己丁角一十五秒為二率一千萬為三率



求得四率二十五秒小餘三七即甲壬乙角為火星在地平上最大之地半徑差也既得火星地半徑差甲壬乙角而欲求太陽地半徑差甲丑乙角據歌白尼第谷測得火星距地甲壬與太陽距地甲丑之比如一百與二百六十六其法當



先用甲乙壬形以乙角正弦為一率甲壬為二率壬角正弦為三率甲乙為四率此第一比例也次用甲乙丑形以甲丑為一率乙角正弦為二率甲乙為三率丑角正弦為四率此第二比例也然第二比例之二率三率即第一比例之



一率四率而一率四率相乘原與二率三率相乘之數等故即以甲丑二六六為一率甲壬一〇〇為二率壬角二十五秒（小餘三七）為三率求得四率九秒（小餘五三）進為一十秒為丑角度（因壬丑二角甚小正弦與角度可以相為比例故壬角用秒丑角亦）得秒即太陽在地平上

最大之地半徑差也

又按上編日躔求地半徑差法以兩處恒星距天頂相減餘四十三度五十二分五十五秒為戊丙弧即戊甲丙角先用乙甲丁三角形甲乙甲丁二邊俱命為一千萬以甲角折半之正弦倍之得七四七三〇

二三為乙丁邊又以甲角與半周相減餘數半之得六十八度三分三十二秒三十微為乙角亦即丁角次用乙己丁三角形此形有乙丁邊有己乙丁角五十二度一十六分一十二秒三十微半周內減去甲乙丁角又減去己乙丙角餘即己乙丁角有己丁乙角

丙

戊

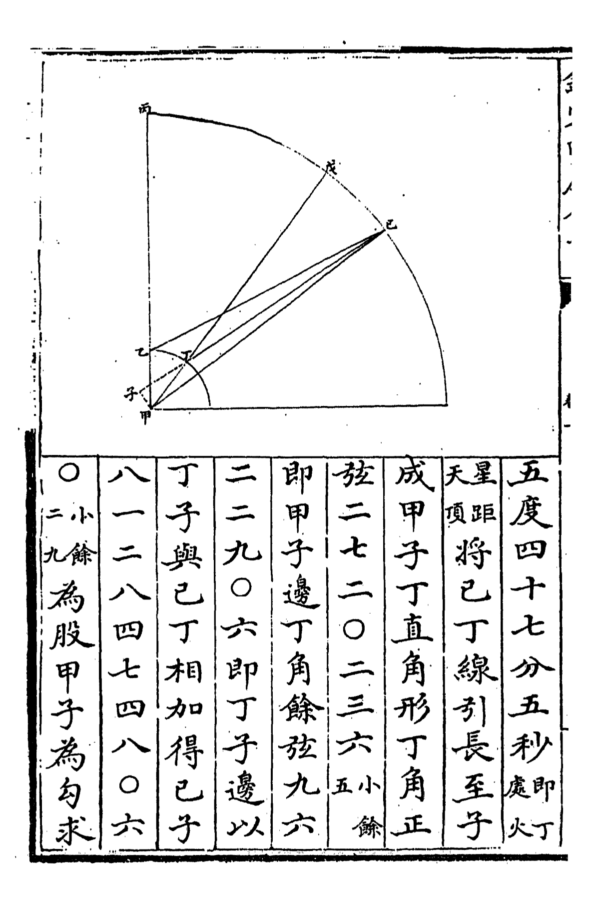
己

乙

丁

甲

一百二十七度四十三分三十二秒三十微半周內減去甲丁乙角加己丁戊角即己丁乙角有乙己丁角一十五秒乙丁二角相併與半周相減餘即己角與前地半徑差較合求得己丁邊八一二七五一二五一五四小餘二九次用己丁甲三角形此形有甲丁邊有丁己邊有丁外角一十



五度四十七分五秒（即丁處火星距天頂）將己丁線引長至子成甲子丁直角形丁角正弦二七二〇二三六（小餘五）即甲子邊丁角餘弦九六二二九〇六即丁子邊以丁子與己丁相加得己子八一二八四七四八〇六〇（小餘二九）為股甲子為勾求

得弦八一二八四七四八一一二為甲己邊與甲壬等即火星距地心數以地半徑較之其比例為一與八千一百二十八又以甲壬為一率甲乙為二率一千萬為三率求得四率一二三〇小餘二四為壬角之正弦檢表得二十五秒小餘三七

為火星在地平上最大差

與前法所得數同上編求日纏地半徑差亦可用前法算但兩處所測太陽一在天頂南一在天頂北其差角為地半徑差總當以兩距天頂之正弦相加與地半徑差總秒數之比同於一千萬與地平上最大差秒數之比耳

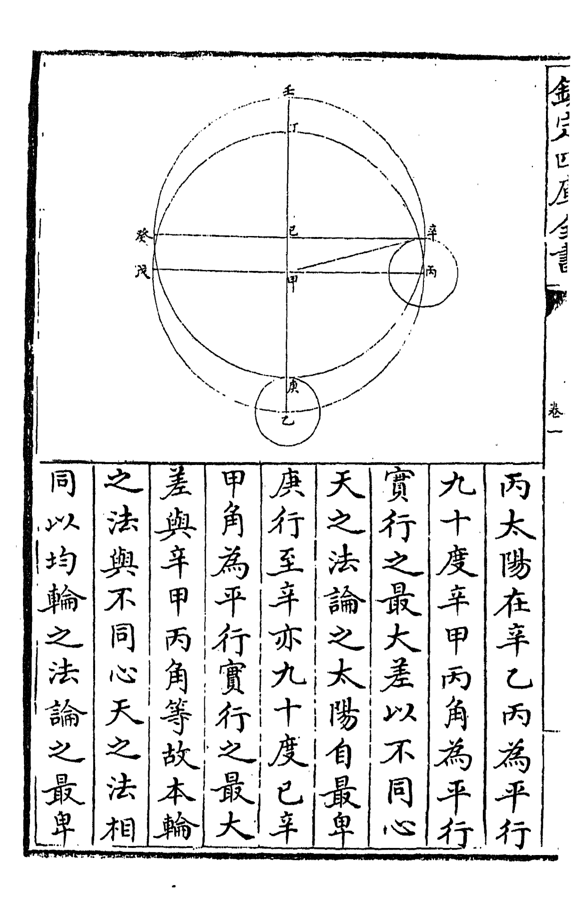
用橢圓面積為平行

太陽之行有盈縮由於本天有高卑春分至秋分行最高半周故行縮而歷日多秋分至春分行最卑半周故行盈而歷日少其說一為不同心天一為本輪而不同心天之兩心差即本輪之半徑故二者名雖異而理則同也第谷用本輪以推盈縮差惟中距與實測合最高前後則失之小最卑前後則失之大又最高之高於本天半徑最卑之卑於本天半徑者非兩心差之全數而止及其半故又用均輪以消息乎

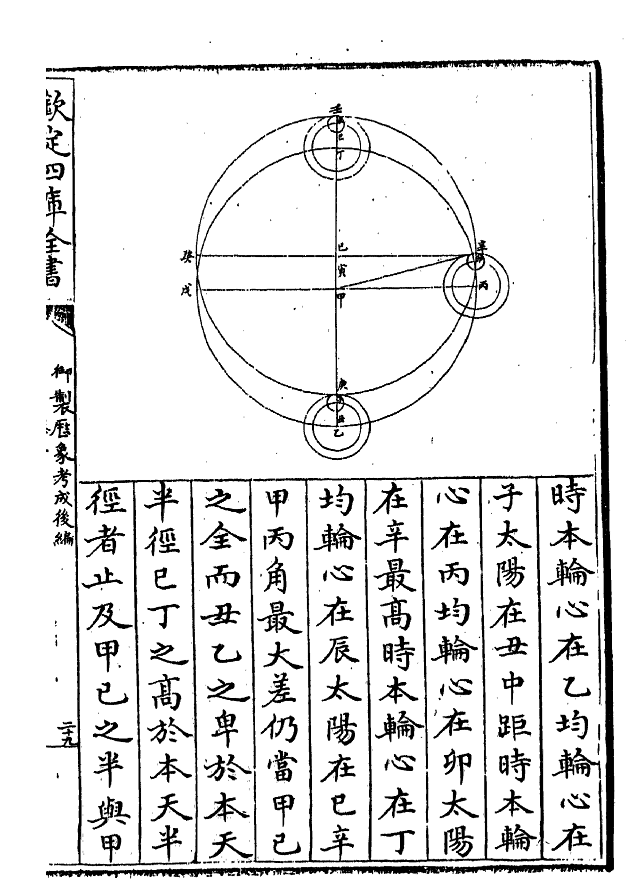
其間而後高卑之數盈縮之行與當時實測相合上編言之詳矣然天行不能無差元郭守敬定盈縮之最大差為二度四〇一四以周天三百六十度每度六十分約之得二度二十二分新法算書第谷所定之最大差為二度零三分一十一秒刻白爾以來屢加精測盈縮之最大差止有一度五十六分一十二秒又以推逐度之盈縮差最高前後本輪固失之小矣均輪又失之大最卑前後本輪固失之大矣均輪又失之小乃設本天為撱圓均分撱圓面積為逐日

平行之度則高卑之理既與舊說無異而高卑前後盈縮之行乃俱與今測相符具詳圖說如左

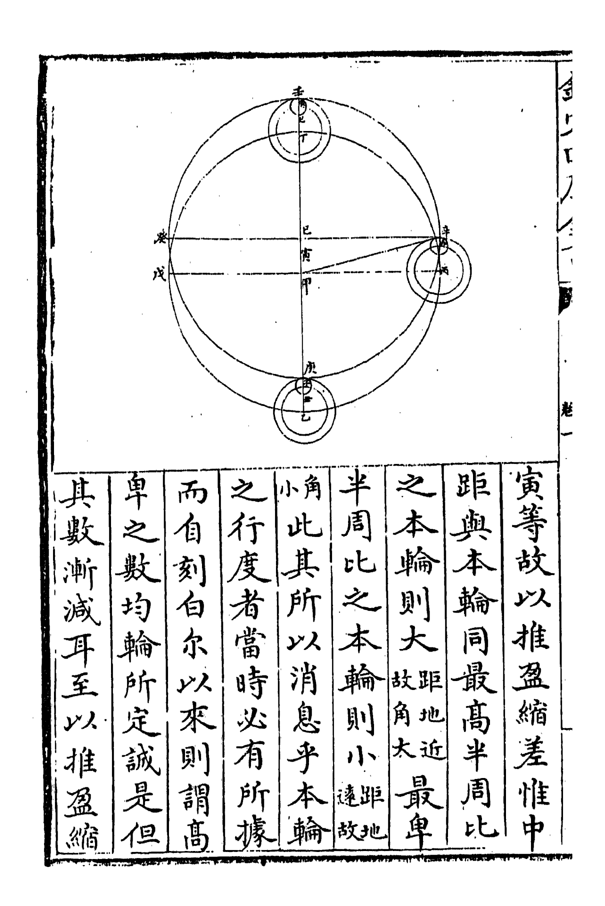
如圖甲為地心乙丙丁戊為黃道己為不同心天之心庚辛壬癸為不同心天乙庚為本輪半徑與甲己兩心差等以本輪之法論之最卑時本輪心在乙太陽在庚中距時本輪心在



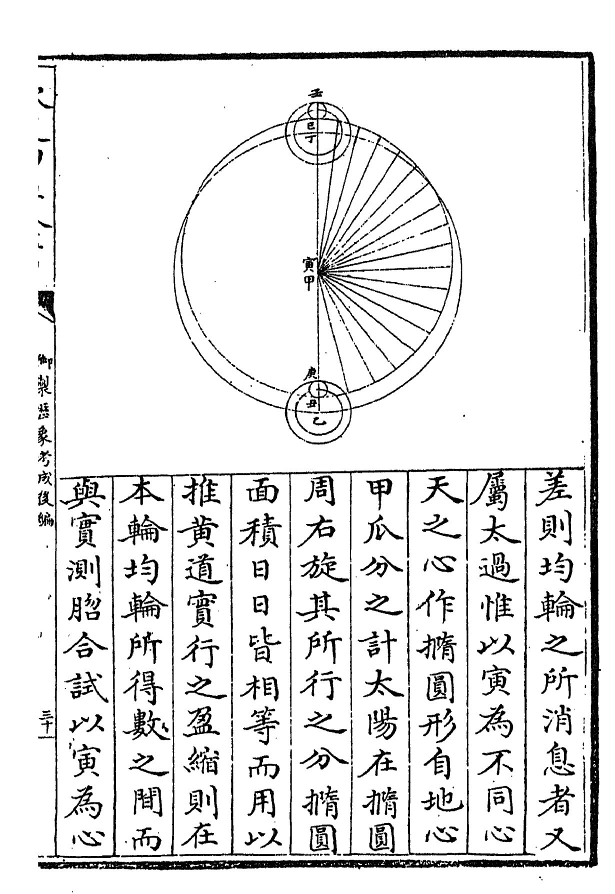
丙太陽在辛乙丙為平行九十度辛甲丙角為平行實行之最大差以不同心天之法論之太陽自最卑庚行至辛亦九十度己辛甲角為平行實行之最大差與辛甲丙角等故本輪之法與不同心天之法相同以均輪之法論之最卑



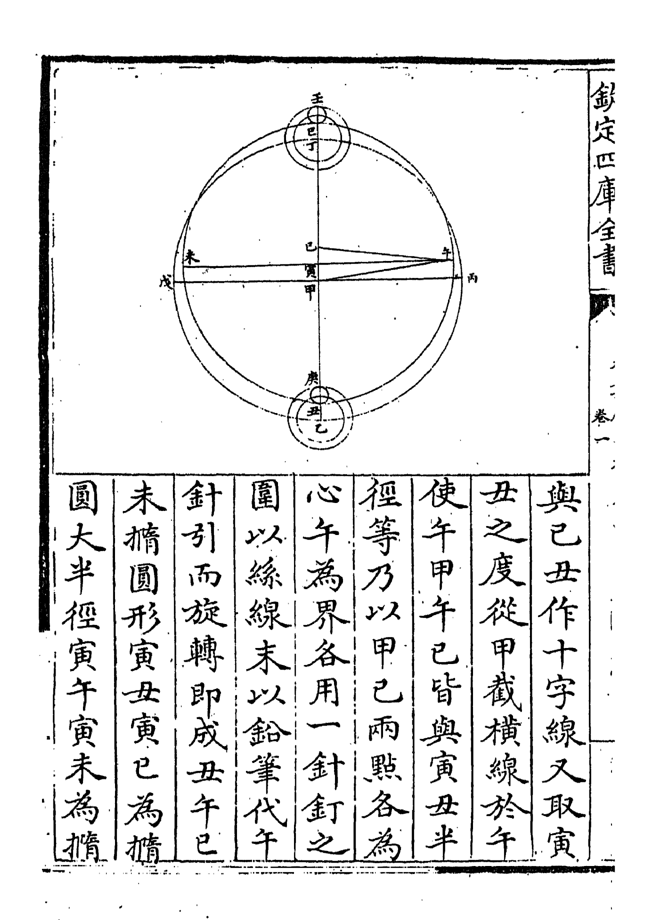
時本輪心在乙均輪心在子太陽在丑中距時本輪心在丙均輪心在卯太陽在辛最高時本輪心在丁均輪心在辰太陽在巳辛甲丙角最大差仍當甲己之全而丑乙之卑於本天半徑己丁之高於本天半徑者止及甲己之半與甲



寅等故以推盈縮差惟中距與本輪同最高半周比之本輪則大（距地近故角大）最卑半周比之本輪則小（距地遠故角小）此其所以消息乎本輪之行度者當時必有所據而自刻白尔以來則謂高卑之數均輪所定誠是但其數漸減耳至以推盈縮



差則均輪之所消息者又屬太過惟以寅為不同心天之心作橢圓形自地心甲瓜分之計太陽在橢圓周右旋其所行之分橢圓面積日日皆相等而用以推黃道實行之盈縮則在本輪均輪所得數之間而與實測脗合試以寅為心



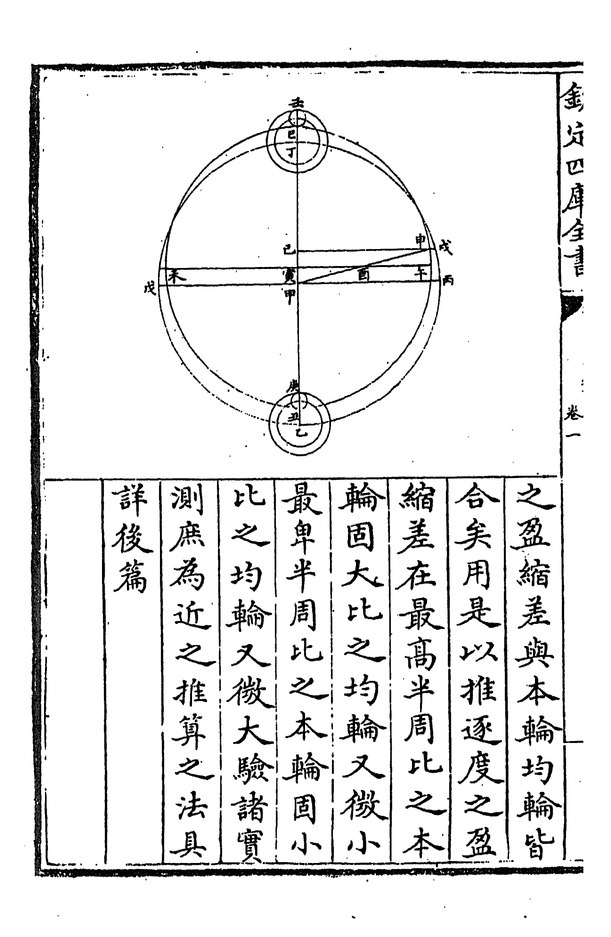
與巳丑作十字線又取寅丑之度從甲截橫線於午使午甲午巳皆與寅丑半徑等乃以甲巳兩點各為心午為界各用一針釘之圜以絲線末以鉛筆代午針引而旋轉即成丑午巳未橢圓形寅丑寅巳為橢圓大半徑寅午寅未為橢

圓小半徑則橢圓不以甲巳為心而以寅為心丑乙之卑於黃道巳丁之高於黃道者止及甲巳之半與寅甲等是高卑之理與均輪合矣又將橢圓面積以甲為心均分為三百六十分每分之積皆為一度每一度積為六十分太陽每

巳
未　午
甲
丑

日右旋當每一度積之五十九分有奇是為平行在最卑半周甲心至橢圓界之線短則角度必寬是為行盈在最高半周甲心至橢圓界之線長則角度必狹是為行縮故太陽循橢圓周行惟所當之面積相等而角不等其角度與積

度之較即平行實行之差中距平行至申甲申丑積為撱圓四分之一為平行九十度與寅午丑積等申午酉積微大于酉寅甲積亦然所差無多故為相等與申己甲角等而自地心甲計之己當黃道之戌戌甲丑角為實行己申甲角為平行實行之差是中距



之盈縮差與本輪均輪皆合矣用是以推逐度之盈縮差在最高半周比之本輪固大比之均輪又微小最卑半周比之本輪固小比之均輪又微大驗諸實測庶為近之推算之法具詳後篇

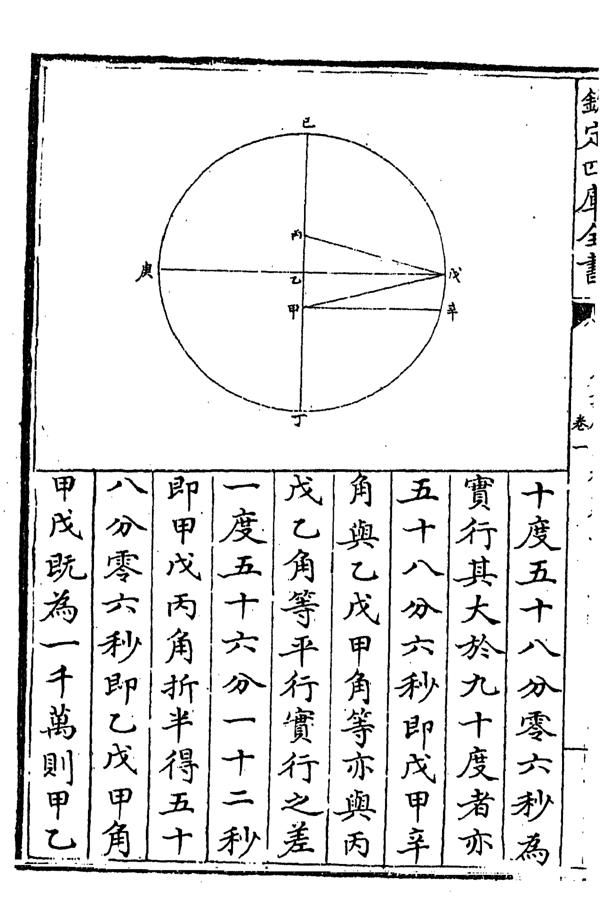
求兩心差及橢圓與平圓之比例

新法算書日躔中距之盈縮差為二度零三分零九秒四十微檢其正切得兩心差為三五八四一六上編仍之今測中距之盈縮差得一度五十六分一十二秒折半得五十八分零六秒檢其正弦得一六九〇〇〇為兩心差倍之得三三八〇〇〇比舊數少千分之二有竒乃以兩心差一六九〇〇〇為勾平圓半徑一千萬為弦求得股九九九九八五七一小餘八四八〇一九一即橢圓之小半徑而凡橢圓之正弦角度面

積與平圓之比例皆同於橢圓之小半徑與平圓半徑之比例焉

如圖甲為地心乙為本天心甲乙為兩心差甲丙為倍差丁戊己庚橢圓為本天乙丁為大半徑一千萬乙戊為小半徑丙戊甲戊皆與乙丁等太陽行至戊甲戊丁分橢圓面積八十

九度一分五十四秒為平行其小於九十度之五十八分六秒即甲乙戊勾股積（乙戊丁積為橢圓四分之一必九十度故甲戊丁積小於九十度之積即甲乙戊勾股積）亦即乙戊甲角（甲乙戊勾股積甲戊邊即大徑乙戊邊即小徑其積介乎大小徑之間與分平圓面相似故積度即角度若近甲丁則邊短而角大近甲己則邊長而角小詳後篇）戊甲丁角九



十度五十八分零六秒為實行其大於九十度者亦五十八分六秒即戊甲辛角與乙戊甲角等亦與丙戊乙角等平行實行之差一度五十六分一十二秒即甲戊丙角折半得五十八分零六秒即乙戊甲角甲戊既為一千萬則甲乙

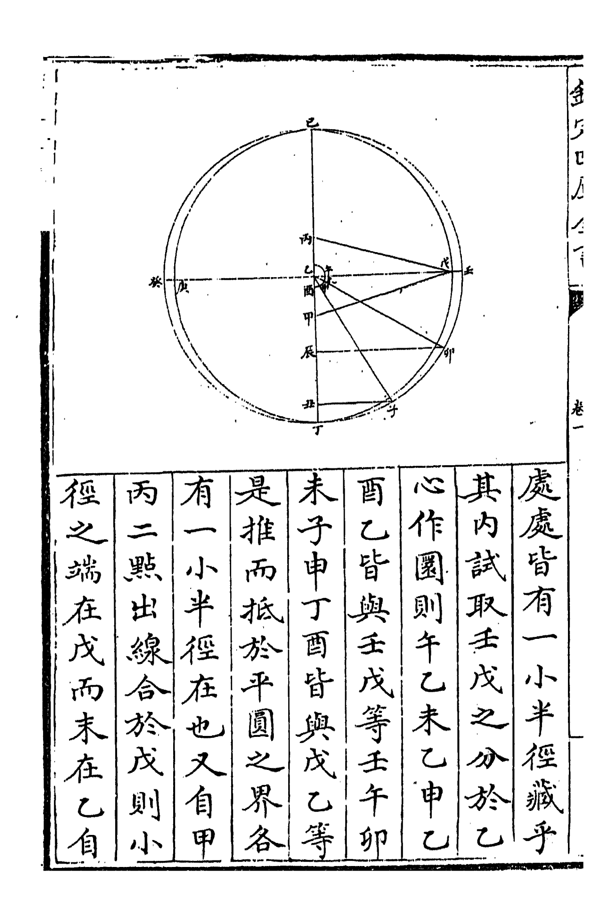
即乙戊甲角之正弦故檢表得一六九〇〇〇即甲乙丙心差以甲乙為勾甲戊為弦求得乙戊股九九九八五七一〇一九一小餘八四八即橢圓小半徑也既得橢圓小徑則凡橢圓之面線及角度皆可以得其比例以正弦之比例言之試以

乙為心乙丁為半徑作丁壬己癸平圓則橢圓乙丁大半徑與平圓乙壬半徑相等戊乙小半徑之小於平圓半徑者即壬戊橢圓差若逐度割之則橢圓之餘弦必與平圓之餘弦相等而橢圓之正弦必小於平圓之正弦然平圓正弦

與橢圓正弦之比例必同於平圓半徑與橢圓小半徑之比例也如丁點為初度無正弦丁乙為初度之餘弦平圓與橢圓等丁壬弧為九十度無餘弦壬乙為平圓九十度之正弦即大半徑戊乙為橢圓九十度之正弦即小半徑壬戊

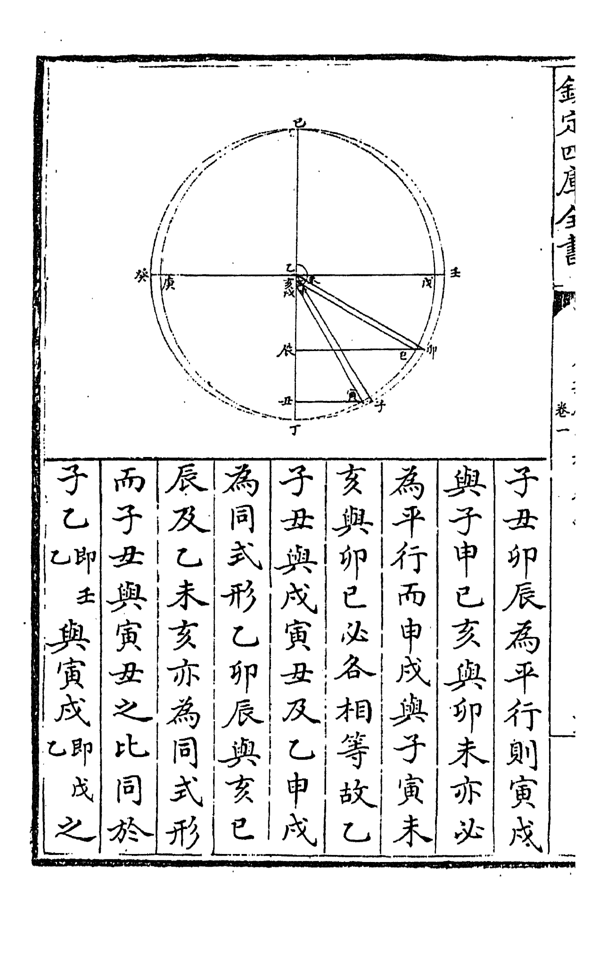
即九十度之橢圓差丁子弧為三十度丑乙為三十度之餘弦平圓與橢圓等子丑為平圓三十度之正弦寅丑為橢圓三十度之正弦子寅為三十度之橢圓差丁卯弧為六十度辰乙為六十度之餘弦平圓與橢圓等卯辰為平圓六

十度之正弦已辰為橢圓六十度之正弦卯巳為六十度之橢圓差則子丑與寅丑之比卯辰與巳辰之比皆同於壬乙與戊乙之比而子丑與子寅之比卯辰與卯巳之比皆同於壬乙與壬戊之比也奚以明其然也蓋橢圓之與平圓

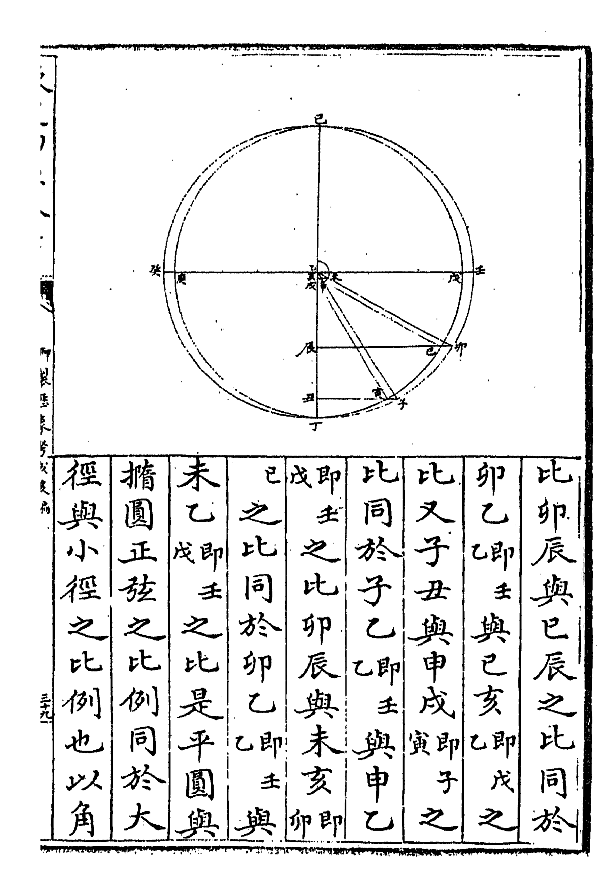


處處皆有一小半徑藏乎其內試取壬戊之分於乙心作圜則午乙未乙申乙酉乙皆與壬戊等壬午卯未子申丁酉皆與戊乙等是推而抵於平圓之界各有一小半徑在也又自甲丙二點出線合於戊則小徑之端在戊而末在乙自

甲丙二點出線合於丁則小徑之端在丁而末在酉若自甲丙出二線合於寅則小徑必端在寅而末在戌合於巳則小徑必端在巳而末在亥是引而歸於平圓之徑又各有一小半徑在也夫寅戌巳亥既皆為小徑而申戌未亥又與



子丑卯辰為平行則寅戌與子申巳亥與卯未亦必為平行而申戌與子寅未亥與卯巳必各相等故乙子丑與戌寅丑及乙申戌為同式形乙卯辰與亥巳辰及乙未亥亦為同式形而子丑與寅丑之比同於子乙（即壬乙）與寅戌（即戌乙）之

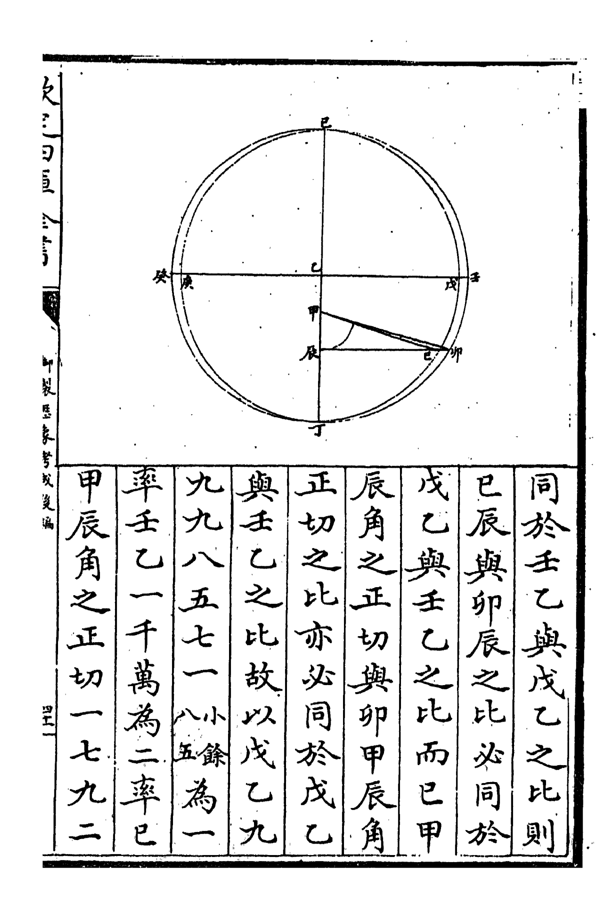


比卯辰與巳辰之比同於卯乙（即壬乙）與巳亥（即戊乙）之比又子丑與申戌（即子寅）之比同於子乙（即壬乙）與申乙（即壬戊）之比卯辰與未亥（即卯巳）之比同於卯乙（即壬乙）與未乙（即壬戊）之比是平圓與撱圓正弦之比例同於大徑與小徑之比例也以角

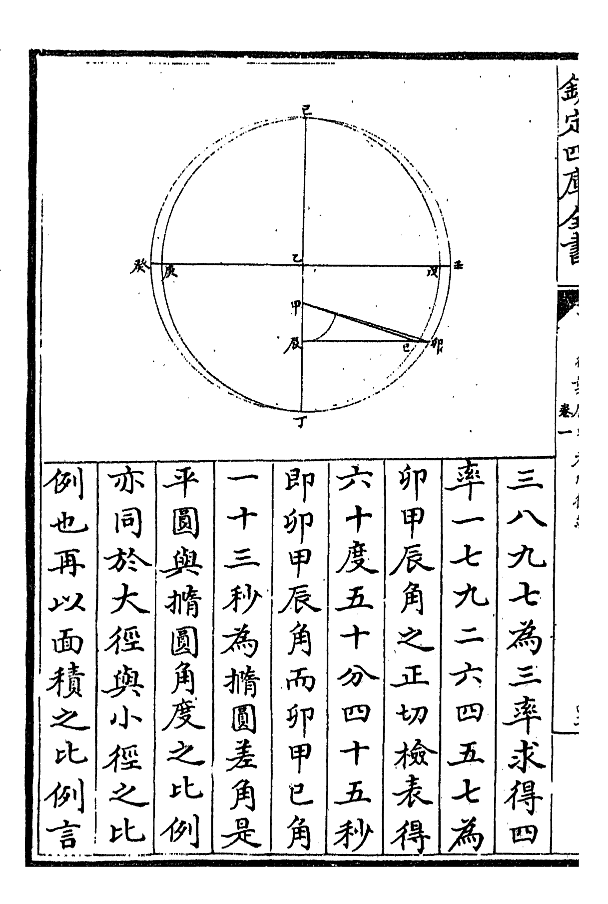
度之比例言之設卯乙辰角為平圓六十度（即卯丁弧）求橢圓之巳乙辰角試以乙辰為半徑作弧則卯辰為卯乙辰角之正切巳辰為巳乙辰角之正切夫卯辰與巳辰之比既同於壬乙與戊乙之比則卯乙辰角之正切與巳乙辰角正切

之比亦必同於壬乙與戊乙之比故以壬乙一千萬為一率戊乙九九九八五七一小餘八五為二率卯乙辰角六十度之正切一七三二〇五〇八為三率求得四率一七三一八〇三四為巳乙辰角之正切檢表得五十九度五十九分四

十七秒即巳乙辰角而卯乙巳角一十三秒為橢圓差角（卯乙辰角內減巳乙辰角餘即卯乙巳角）又設巳甲辰角六十度五十分三十二秒求卯甲辰角試以甲辰為半徑作弧則巳辰為巳甲辰角之正切卯辰為卯甲辰角之正切夫卯辰與巳辰之比既

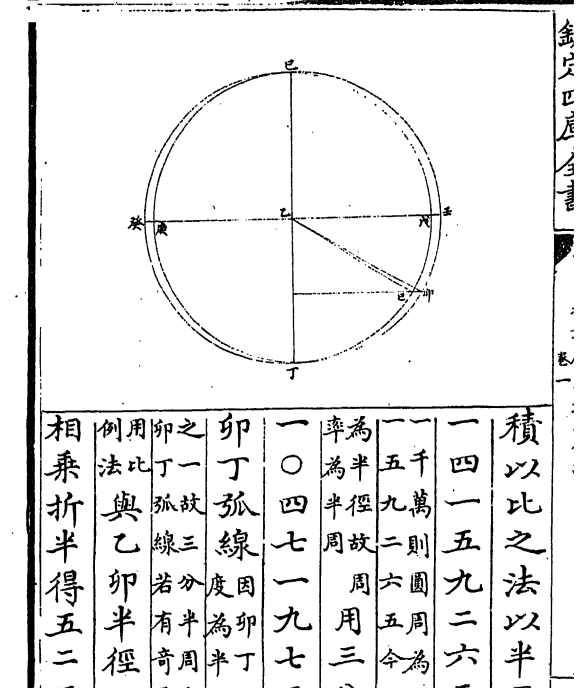


同於壬乙與戊乙之比則巳辰與卯辰之比必同於戊乙與壬乙之比而巳甲辰角之正切與卯甲辰角正切之比亦必同於戊乙與壬乙之比故以戊乙九九九八五七一小餘八五為一率壬乙一千萬為二率巳甲辰角之正切一七九二

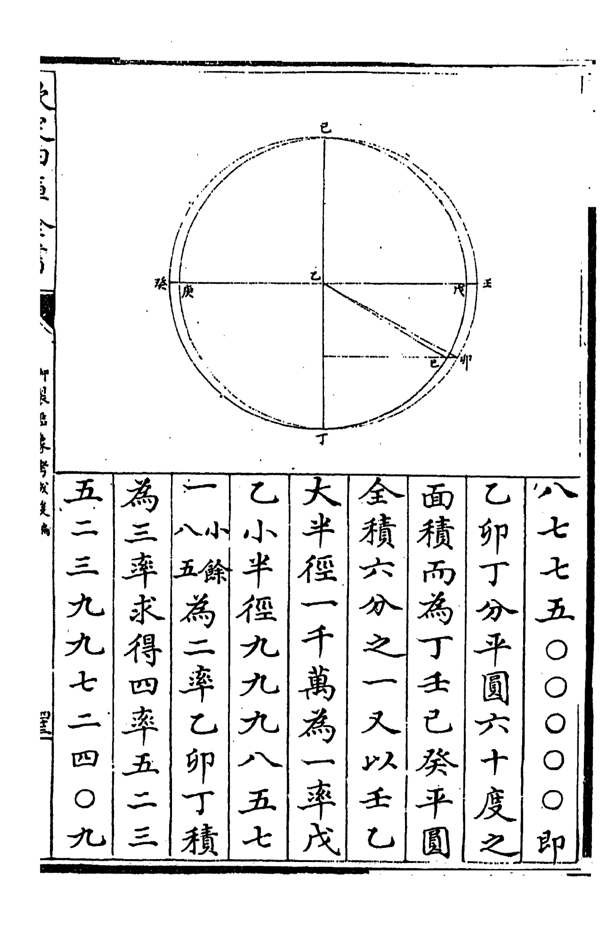


三八九七為三率求得四率一七九二六四五七為卯甲辰角之正切檢表得六十度五十分四十五秒即卯甲辰角而卯甲巳角一十三秒為撱圓差角是平圓與撱圓角度之比例亦同於大徑與小徑之比例也再以面積之比例言

之凡平圓面積與橢圓面積之比例同於平圓外切正方面積與橢圓外切長方面積之比例亦即同於橢圓大徑與小徑之比例橢圓大徑即平圓徑見幾何原本八卷第十二節如求橢圓六十度之面積則先設丁卯弧六十度求乙卯丁六十度之平圓面



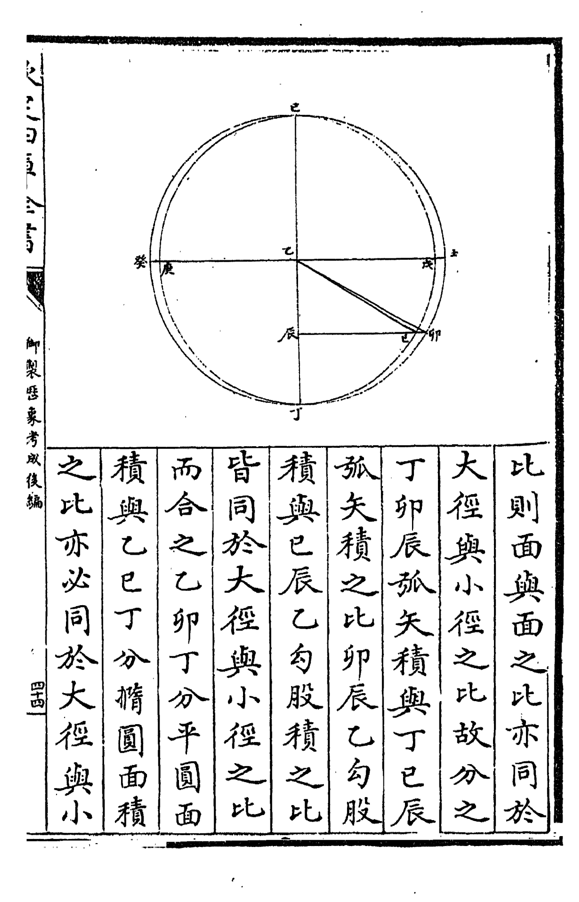
積以比之法以半周率三一四一五九二六五定率圓徑一千萬則圓周為三一四一五九二六五今一千萬為半徑故周率為半周用三分之得一〇四七一九七五五為卯丁弧線因卯丁弧六十度為半周三分之一故三分半周率而得卯丁弧線若有奇零則須用比例法與乙卯半徑一千萬相乘折半得五二三五九



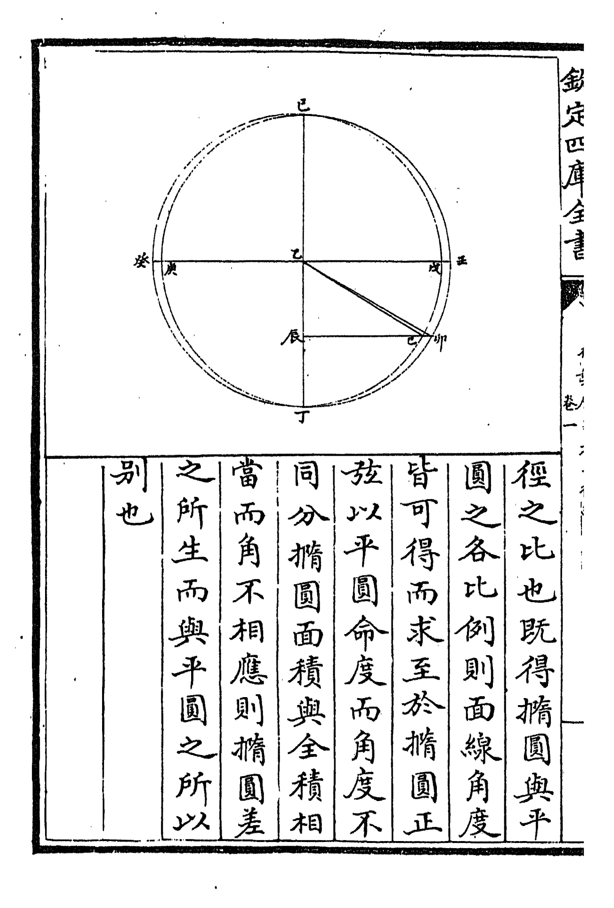
八七七五〇〇〇〇〇即乙卯丁分平圓六十度之面積而為丁壬己癸平圓全積六分之一又以壬乙大半徑一千萬為一率戊乙小半徑九九九八五七一八五小餘為二率乙卯丁積為三率求得四率五二三五二三九九七二四〇九



五即乙巳丁分楕圓六十度之面積而為丁戊已庚楕圓全積六分之一也（此所得六十度積較之全積六分之一尾數稍大因小徑之小餘為八四八進為八五之故然於圓度只差纖忽可不計也）蓋將平圓楕圓二面積依壬癸橫徑縷析之則皆成線矣其線與線之比既同於大徑與小徑之



比則面與面之比亦同於大徑與小徑之比故分之丁卯辰弧矢積與丁巳辰弧矢積之比卯辰乙勾股積與巳辰乙勾股積之比皆同於大徑與小徑之比而合之乙卯丁分平圓面積與乙巳丁分橢圓面積之比亦必同於大徑與小



徑之比也既得撱圓與平圓之各比例則面線角度皆可得而求至於撱圓正弦以平圓命度而角度不同分撱圓面積與全積相當而角不相應則撱圓差之所生而與平圓之所以別也

求橢圓大小徑之中率

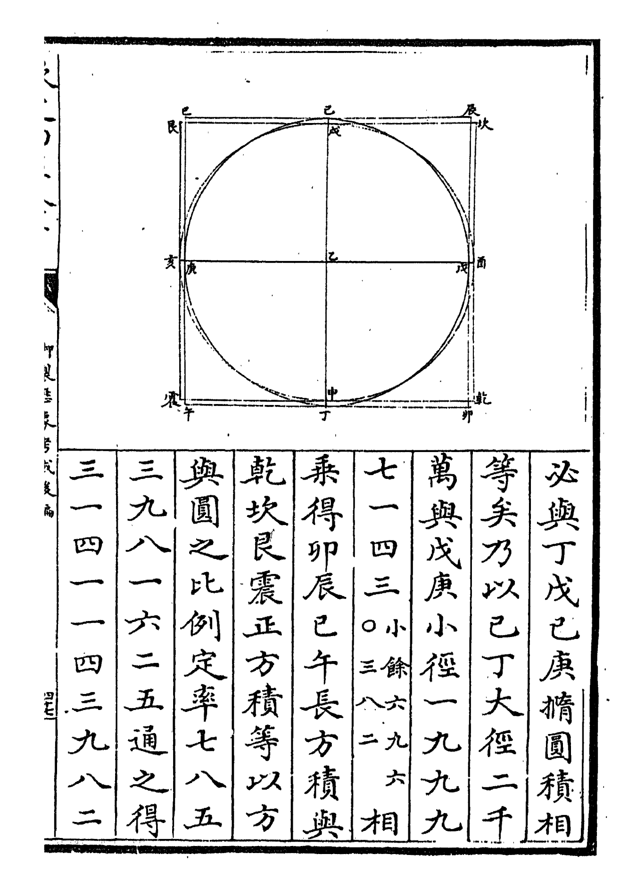
凡平圓面積自中心分之其所分面積之度即其心角之度以圜界為心角之規而半徑俱相等也若橢圓有大小徑角與積已不相應矣見前篇況實行之角平行之積皆不以本天心為心而以地心為心太陽距地心線自最卑以漸而長逐度俱不等又何以知積之為度而與角相較乎然以大小徑之中率作平圓其面積與橢圓等將平圓面積逐度遞析之則度分秒皆可按積而稽橢圓之全積既與平圓全積等

則其遞析之面積亦必相等故分𢟍圓面積雖非度亦可以度命之而度分秒亦可按積而稽也

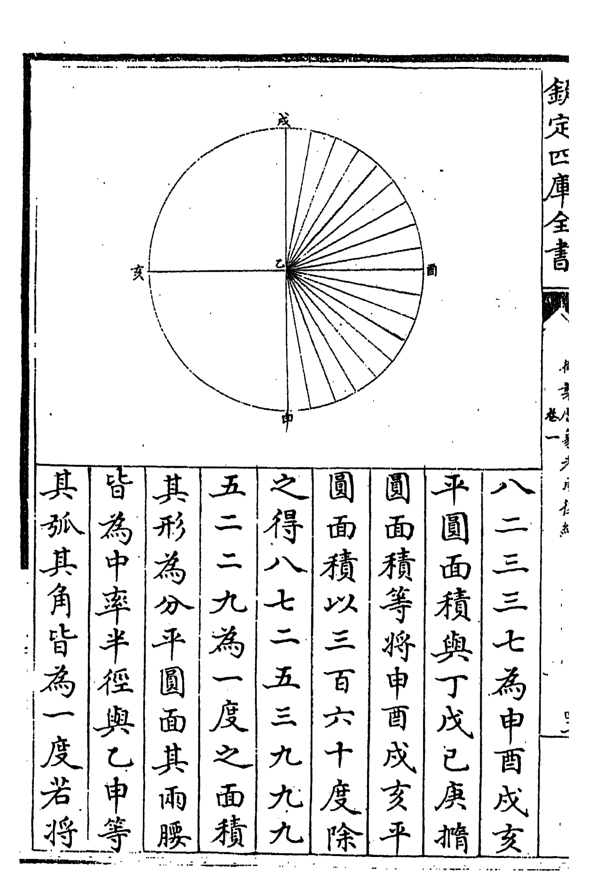
如圖甲為地心乙為本天心乙甲為兩心差丙甲為倍差丁戊巳庚𢟍圓為本天乙丁為大半徑一千萬乙戊為小半徑九九九八五七一小餘八四八〇一九一試以乙丁大半徑作丁辛巳壬

平圓則平圓與撱圓二面積之比例同於平圓外切癸子丑寅正方積與撱圓外切卯辰巳午長方積之比例又試以乙丁大半徑為首率乙戊小半徑為末率求得乙申中率九九九九二八五八九小餘作平圓則大半徑所作丁辛巳壬平

圓與中率所作申酉戌亥平圓二面積之比例亦同於大徑平圓外切癸子丑寅正方積與中率平圓外切乾坎艮震正方積之比例此二比例既同而乾坎艮震正方積原與卯辰巳午長方積等首率末率相乘與中率自乘等則申酉戌亥平圓積亦

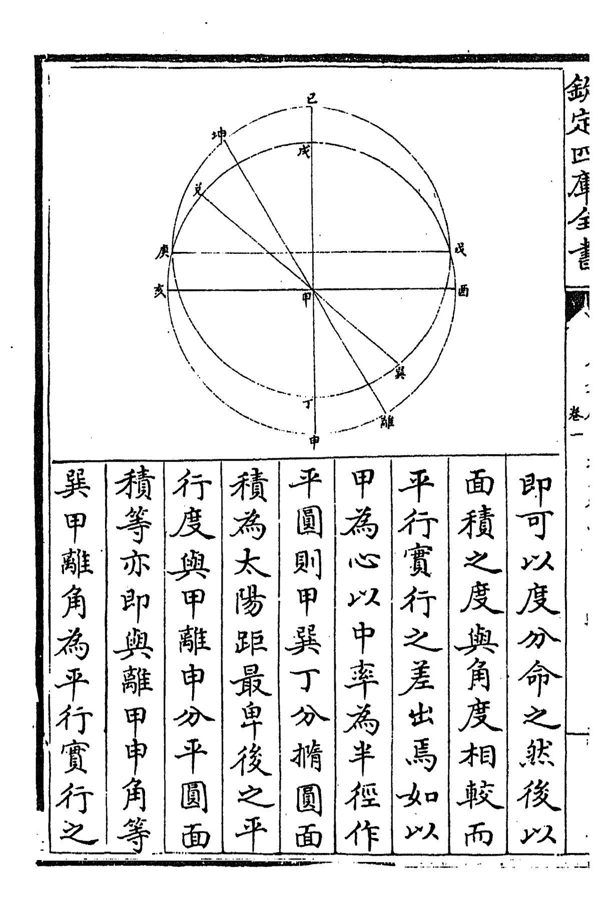


必與丁戊己庚橢圓積相等矣乃以己丁大徑二千萬與戊庚小徑一九九九七一四三小餘六九六〇三八二相乘得卯辰巳午長方積與乾坎艮震正方積等以方與圓之比例定率七八五三九八一六二五通之得三一四一一四三九八二



八二三三七為申酉戌亥平圓面積與丁戊己庚撱圓面積等將申酉戌亥平圓面積以三百六十度除之得八七二五三九九九五二二九為一度之面積其形為分平圓面其兩腰皆為中率半徑與乙申等其弧其角皆為一度若將

丁戊己庚撱圓面積自甲心亦平分為三百六十分則其形為分撱圓面其兩腰自甲丁極短以漸而長逐度俱不等其弧其角亦不等然其每分之面積則皆與一度之面積等故凡分一段撱圓面積以一度之面積為法而一則面積



即可以度分命之然後以面積之度與角度相較而平行實行之差出焉如以甲為心以中率為半徑作平圓則甲巽丁分橢圓面積為太陽距最卑後之平行度與甲離申分平圓面積等亦即與離甲申角等巽甲離角為平行實行之

差其實行在平行前甲坤己分橢圓面積爲太陽距最高後之平行度與甲兌戌分平圓面積等亦即與兌甲戌角等兌甲坤角爲平行實行之差其實行在平行後也

撱圓角度與面積相求

前篇言以面積之度與角度相較而平行實行之差以出盖太陽距最卑後平行之度必與太陽距地心線所分之撱圓面積等故可以平行度為面積而求實行也然實行固角度也以實測言之則先得實行後求平行以角而求積也易以推步言之則先設平行後求實行以積而求角也難故先設以角求積之法可以知數理之實次設以積求角之法可以知比例之術次設借積求積借角求角之法可以知巧合

補湊之方反覆參稽而數之離合乃纖悉畢呈焉圖說詳著於左

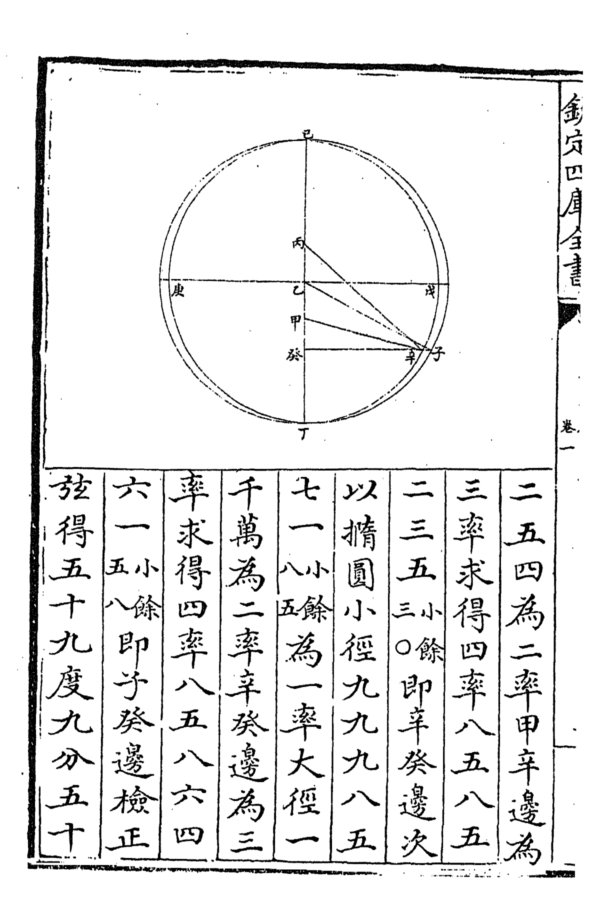


先設以角求積法如圖甲為地心乙為本天心甲乙為兩心差丙甲為倍差丁戊己庚為本天丁為最卑己為最高設太陽在辛辛甲丁角為實行距最卑後六十度求甲辛丁分橢圓

面積平行若干度分先將甲辛線引長至壬作丙壬垂線成甲丙壬辛丙壬兩勾股形乃以半徑一千萬為一率甲角六十度之正弦八六六〇二五四為二率（丙甲壬角與辛甲丁角為對角其度相等）丙甲倍兩心差三三八〇〇〇為三率求得四率二九

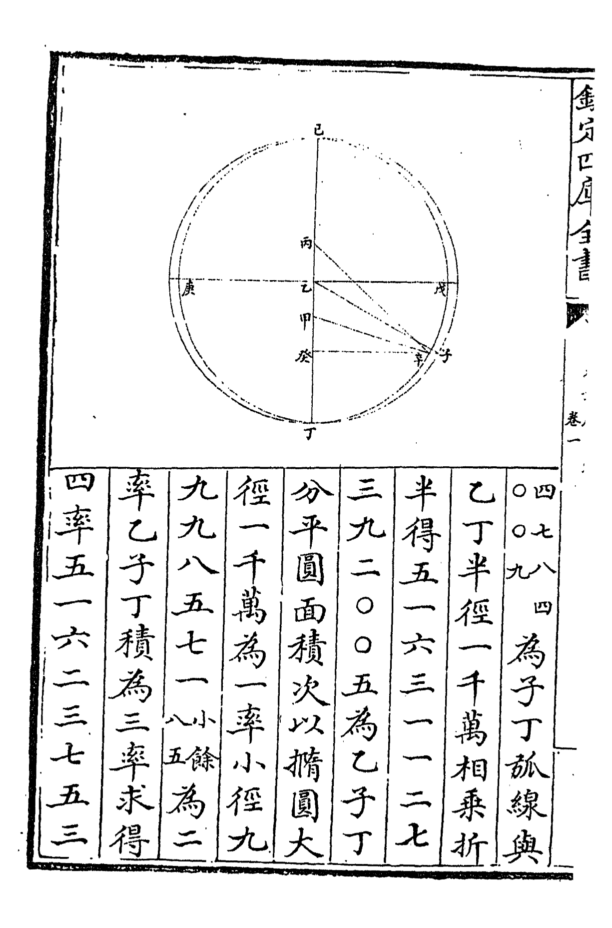
二七一六小餘五九為丙壬邊又以半徑一千萬為一率甲角六十度之餘弦五〇〇〇〇〇為二率丙甲邊為三率求得四率一六九〇〇〇為甲壬邊次以丙壬為勾自乘以甲壬與甲辛丙辛兩邊和二千萬相加得二〇一六九〇〇

○為股弦和除之得四二四八小餘二五為股弦較與股弦和相加折半得一○○八六六二四小餘一三為丙辛邊與二千萬相減餘九九一三三七五小餘八七為甲辛邊即太陽距地心線次以半徑一千萬為一率甲角六十度之正弦八六六○

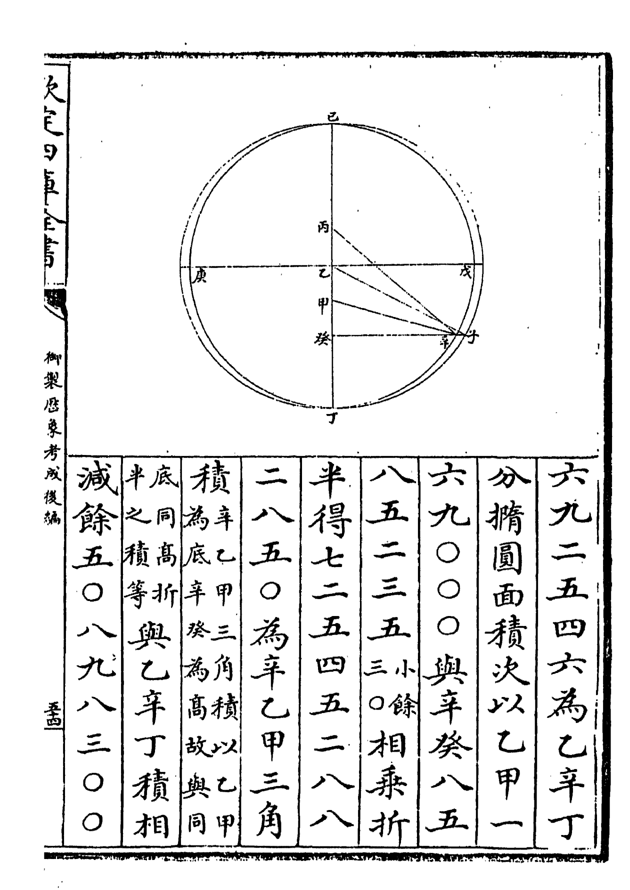


二五四為二率甲辛邊為三率求得四率八五八五二三五小餘三〇即辛癸邊次以橢圓小徑九九九八五七一小餘八五為一率大徑一千萬為二率辛癸邊為三率求得四率八五八六四六一小餘五八即子癸邊檢正弦得五十九度九分五十

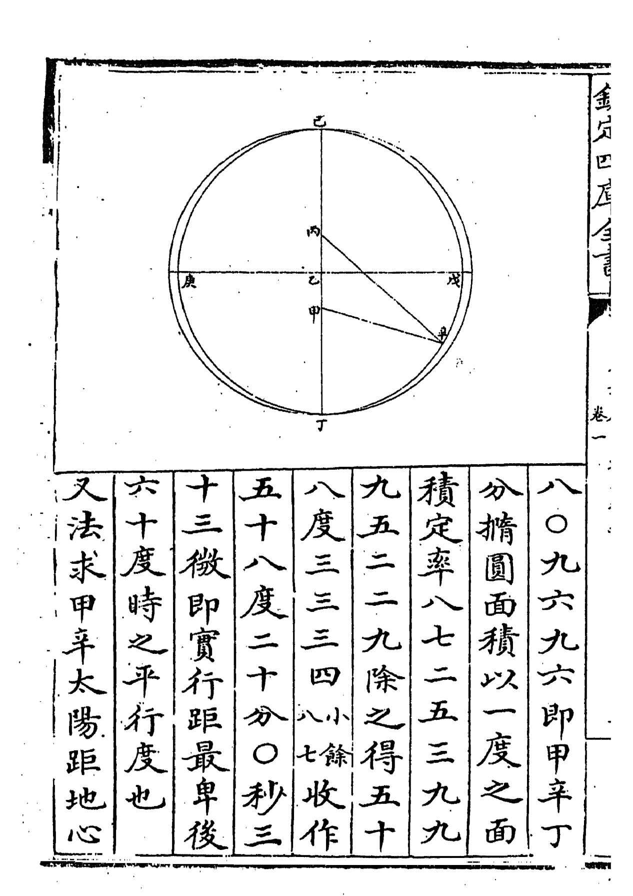
三秒小餘六九即乙角度亦即子丁弧度次以半周天一百八十度化作六十四萬八千秒為一率半圓周定率三一四一五九二六小餘五為二率乙角度分化作二十一萬二千九百九十三秒小餘六九為三率求得四率一〇三二六二二五小餘



四七八四〇〇九為子丁弧線與乙丁半徑一千萬相乘折半得五一六三一一二七三九二〇〇五為乙子丁分平圓面積次以撱圓大徑一千萬為一率小徑九九九八五七一小餘八五為二率乙子丁積為三率求得四率五一六二三七五三



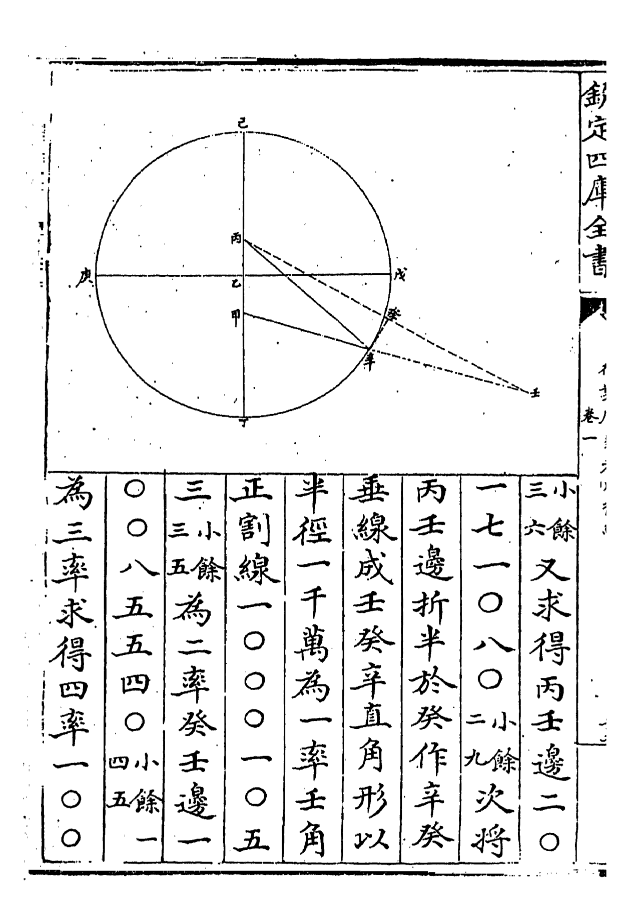
六九二五四六為乙辛丁分撱圓面積次以乙甲一六九〇〇〇與辛癸八五八五二三五小餘三〇相乘折半得七二五四五二八八二八五〇為辛乙甲三角積辛乙甲三角積以乙甲為底辛癸為高故與同底同高折半之積等與乙辛丁積相減餘五〇八九八三〇〇



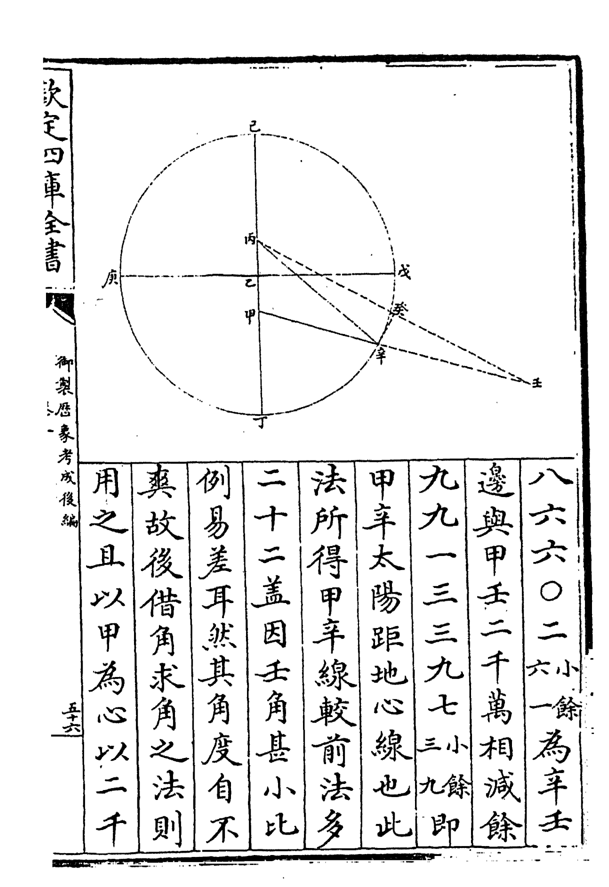
八〇九六九六即甲辛丁分𢪛圓面積以一度之面積定率八七二五三九九九五二二九除之得五十八度三三三四小餘八七收作五十八度二十分〇秒三十三微即實行距最卑後六十度時之平行度也

又法求甲辛太陽距地心

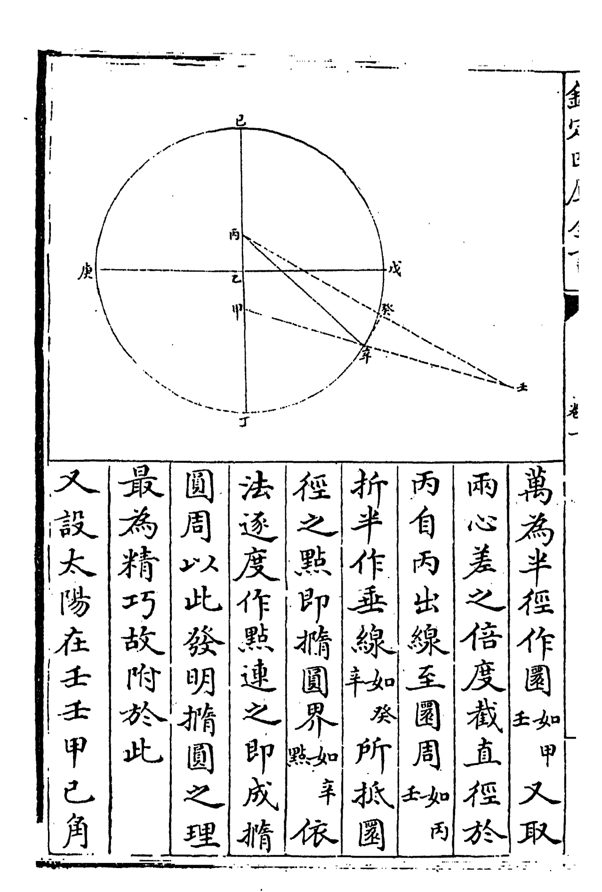
線將甲辛線引長至壬使辛壬與丙辛等又自丙至壬作丙壬線成甲丙壬三角形此形知丙甲倍兩心差三三八〇〇〇知甲壬二千萬（甲辛丙辛共二千萬辛壬既與丙辛等故甲壬亦二千萬）知甲外角六十度用切線分外角法求得壬角四十九分五十三秒



小餘三六又求得丙壬邊二〇一七一〇八〇小餘二九次將丙壬邊折半於癸作辛癸垂線成壬癸辛直角形以半徑一千萬為一率壬角正割線一〇〇〇一〇五三小餘三五為二率癸壬邊一〇〇八五五四〇小餘四五一為三率求得四率一〇〇

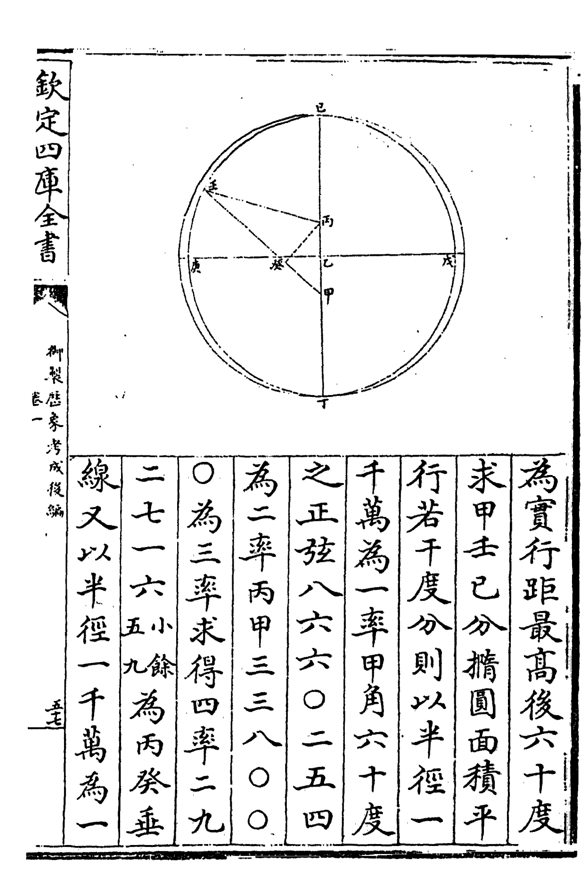


八六六〇二小餘六一為辛壬邊與甲壬二千萬相減餘九九一三三九七小餘三九即甲辛太陽距地心線也此法所得甲辛線較前法多二十二蓋因壬角甚小比例易差耳然其角度自不爽故後借角求角之法則用之且以甲為心以二千

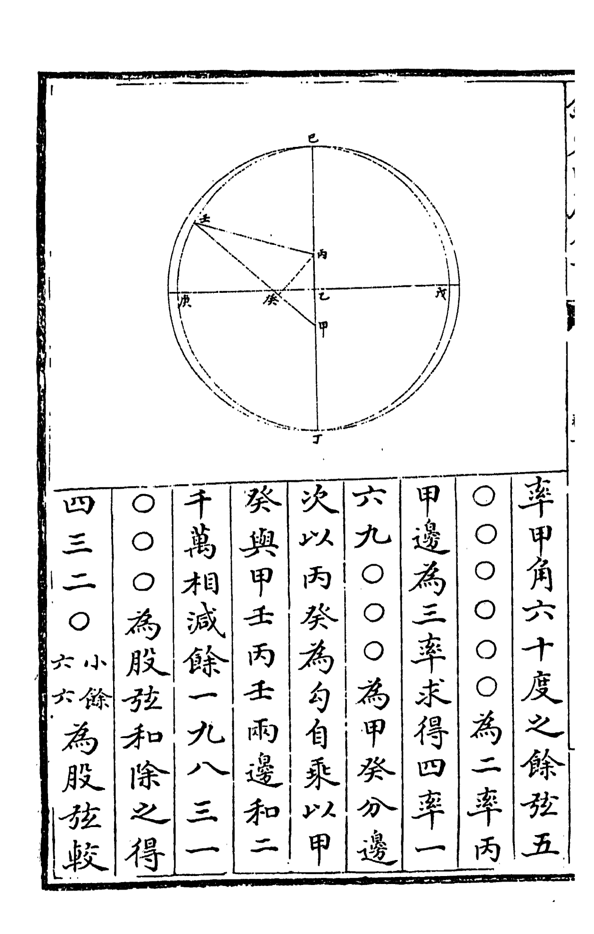


萬為半徑作圜（如甲壬）又取兩心差之倍度截直徑於丙自丙出線至圜周（如丙壬）折半作垂線（如癸辛）所抵圜徑之點即橢圓界（如辛點）依法逐度作點連之即成橢圓周以此發明橢圓之理最為精巧故附於此

又設太陽在壬壬甲己角

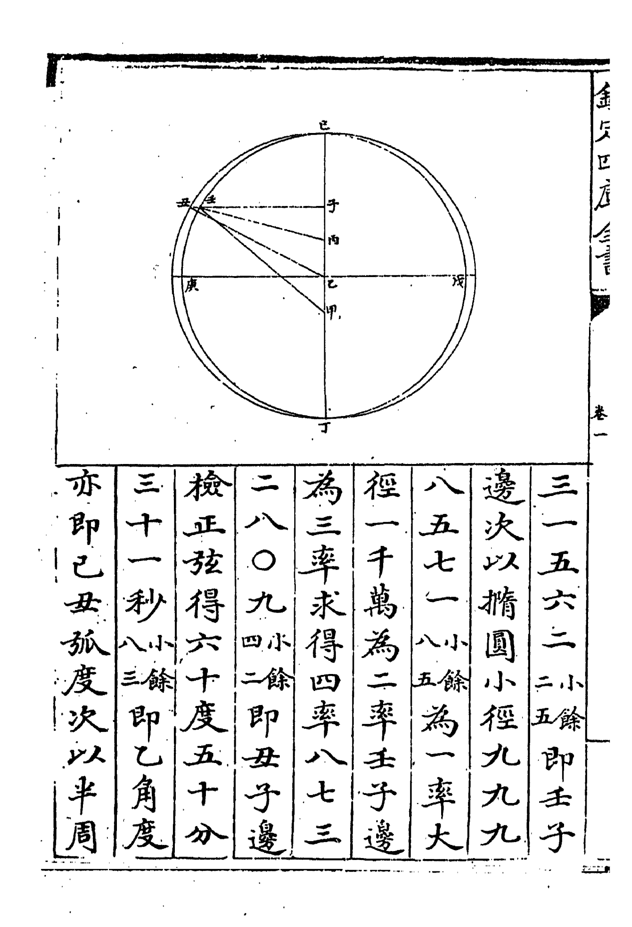


為實行距最高後六十度求甲壬己分撱圓面積平行若干度分則以半徑一千萬為一率甲角六十度之正弦八六六〇二五四為二率丙甲三三八〇〇〇為三率求得四率二九二七一六小餘五九為丙癸垂線又以半徑一千萬為一

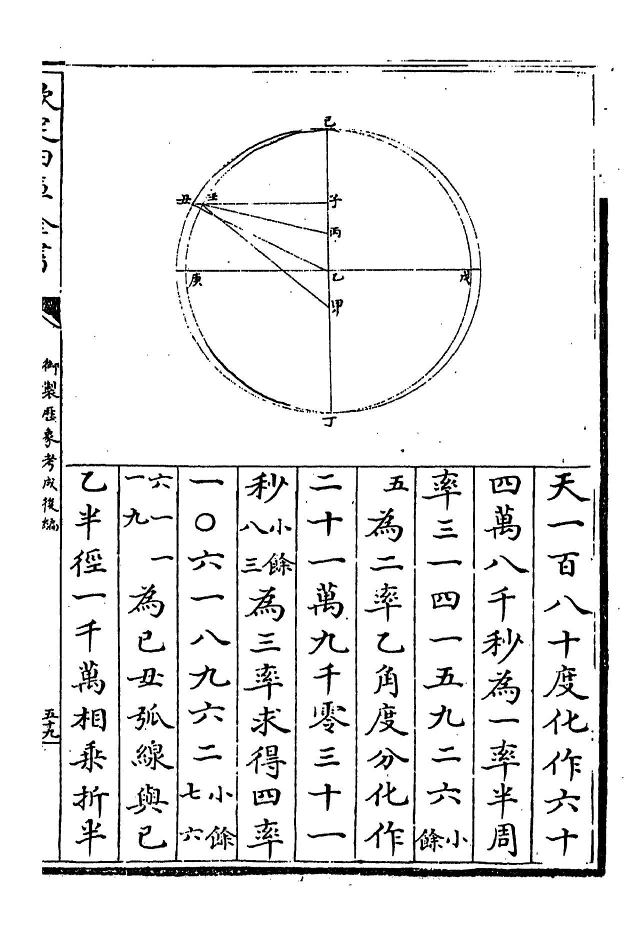


率甲角六十度之餘弦五〇〇〇〇〇〇為二率丙甲邊為三率求得四率一六九〇〇〇為甲癸分邊次以丙癸為勾自乘以甲癸與甲壬丙壬兩邊和二千萬相減餘一九八三一〇〇〇為股弦和除之得四三二〇小餘六六為股弦較

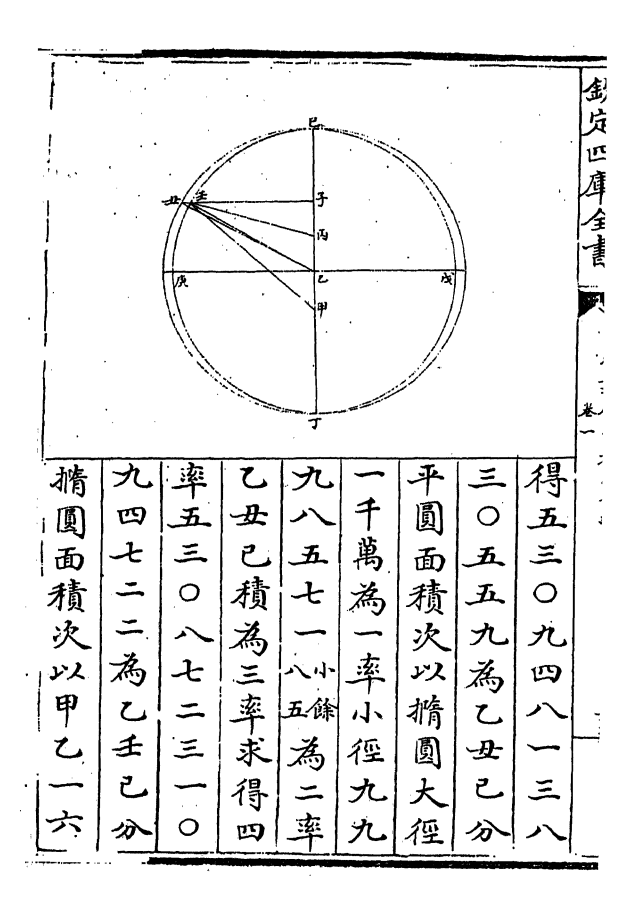
與股弦和相加折半得九九一七六六〇小餘三三為丙壬邊與二千萬相減餘一〇〇八二三三九小餘六七為甲壬邊即太陽距地心線次以半徑一千萬為一率甲角六十度之正弦八六六〇二五四為二率甲壬邊為三率求得四率八七



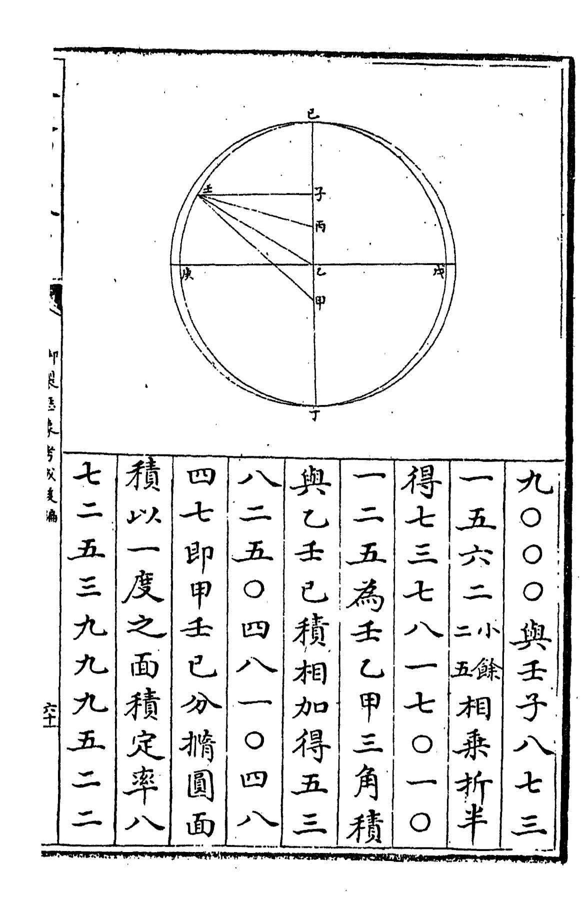
三一五六二小餘二五即壬子邊次以橢圓小徑九九九八五七一小餘八五為一率大徑一千萬為二率壬子邊為三率求得四率八七三二八〇九小餘四二即丑子邊檢正弦得六十度五十分三十一秒小餘八三即乙角度亦即己丑弧度次以半周



天一百八十度化作六十四萬八千秒為一率半周率三一四一五九二六小餘五為二率乙角度分化作二十一萬九千零三十一秒小餘八三為三率求得四率一〇六一八九六二小餘七六六一一九一為己丑弧線與己乙半徑一千萬相乘折半



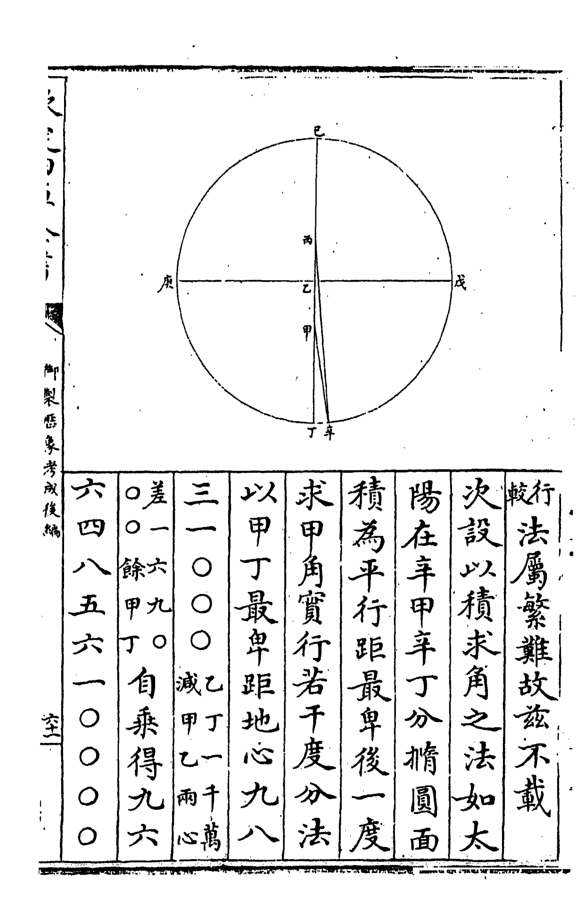
得五三〇九四八一三八三〇五五九為乙丑己分平圓面積次以橢圓大徑一千萬為一率小徑九九九八五七一（小餘八五）為二率乙丑己積為三率求得四率五三〇八七二三一〇九四七二二為乙壬己分橢圓面積次以甲乙一六



九〇〇〇與壬子八七三一五六二小餘二五相乘折半得七三七八一七〇一〇一二五為壬乙甲三角積與乙壬巳積相加得五三八二五〇四八一〇四八四七即甲壬巳分橢圓面積以一度之面積定率八七二五三九九九五二二



九除之得六十一度六八七七小餘七二收作六十一度四十一分一十五秒五十八微即實行距最高後六十度時之平行度也若設平行求實行亦可以所得之平行轉相比例然必累求累較方得恰合一率兩設平行較二率兩設實行較三率今設平行較四率今求實



行較法屬繁難故茲不載

次設以積求角之法如太陽在辛甲辛丁分橢圓面積為平行距最卑後一度求甲角實行若干度分法以甲丁最卑距地心九八三一〇〇〇〇乙丁一千萬減甲乙兩心差一六九〇〇〇餘甲丁自乘得九六六四八五六一〇〇〇〇

〇〇為一率中率半徑九九九九二八六自乘得九九九八五七一八四八〇一九一即大徑與小徑相乘之數為二率甲辛丁一度之面積八七二五三九九九五二二九為三率求得四率九〇二六六七七四二〇〇三以一度之面積八七二五

三九九九五二二九除之得一度二分四秒小餘三〇為甲角度即平行距最卑後一度時之實行度也蓋以甲為心以中率為半徑作弧將甲丁線引長至壬甲辛線引長至癸則甲壬甲癸皆為中率甲壬癸分平圓面積與一度之面積為

比例即得甲角而甲辛丁分撱圓面與甲壬癸分平圓面為同式形甲辛長於甲丁然為數無多故為同式形以甲丁自乘正方積與甲壬自乘正方積之比即同於甲辛丁積與甲壬癸積之比凡同式形兩面積之比同於相當界所作正方形之比見幾何原本八卷第九節故先比例得甲壬癸

積以一度之面積除之而得甲角也捷法以甲丁自乘方積除甲壬自乘方積即得甲角蓋以一度面積為三率與二率相乘又以一度面積除今省一乘則并省一除也

又如太陽在子甲子丁分橢圓面積為平行距最卑後二度求子甲丁角實行若干度分則先求平行距最卑後一度時日距地心

之甲辛線將甲辛線引長至丑自丙作丙丑垂線成甲丑丙辛丑丙兩勾股形以半徑一千萬為一率甲角一度二分四秒小餘三〇之正弦一八〇五四九小餘五五為二率甲丙邊三三八〇〇〇為三率求得四率六一〇二小餘五七為丙丑邊又

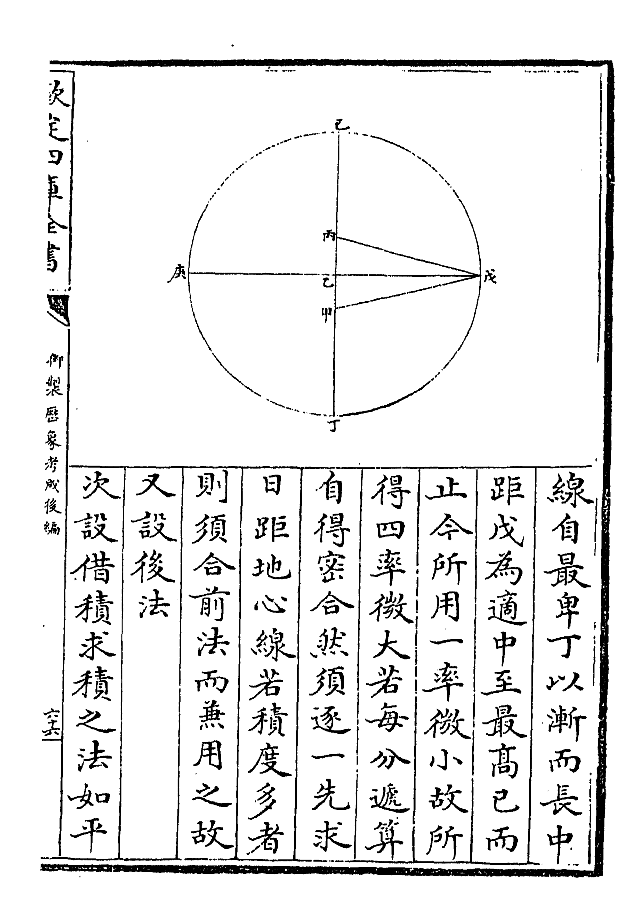
己
丑 丙
庚 戊
甲
丁 辛 壬

以半徑一千萬為一率甲角一度二分四秒小餘三〇之餘弦九九九八三七〇小餘一三為二率甲丙邊為三率求得四率三三七九四四小餘九一為甲丑邊乃以丙丑為勾自乘以甲丑與丙辛甲辛兩邊和二千萬相加得二〇三三七九四四小餘

九一為股弦和除之得一小餘八三為股弦較與股弦和相加折半得一〇一六八九七三小餘三七為辛丙弦與丙辛甲辛兩邊和二千萬相減餘九八三一〇二六小餘六三為甲辛日距地心線次以甲辛子形與甲癸寅形為比例以甲辛邊自乘得

九六六四九〇八四五九九七六九為一率甲癸中率自乘得九九九八五七一八四八〇一九一為二率甲子辛一度之面積八七二五三九九九五二二九為三率求得四率九〇二六六二八五一七六九為甲癸寅分平圓面積以

一度之面積除之得一度二分四秒小餘二八即癸甲寅角與先得之癸甲壬角一度二分四秒小餘三〇相加得二度四分八秒小餘五八為子甲丁角即平行距最卑後二度時之實行度也此所求之實行用求積法反求之少半秒强因日距地心



線自最卑丁以漸而長中距戊為適中至最高己而止今所用一率微小故所得四率微大若每分遞算自得密合然須逐一先求日距地心線若積度多者則須合前法而兼用之故

又設後法

次設借積求積之法如平

行距最卑後四十五度求實行若干度分先從本天心設辛乙丁角為四十五度則乙壬丁積即為分橢圓四十五度之面積三九二六四二九九七八五二九二（將橢圓全積八分之得乙壬丁積數）求得壬乙丁角為四十四度五十九分四十五秒（小餘二七）

法見前次與乙壬平行作丙癸線使丙角與壬乙丁角等自甲至癸作甲癸線此甲癸線所截甲癸丁分橢圓面積若與乙壬丁積等則癸甲丁角即為平行距最卑後四十五度之實行度乃用甲丙癸三角形求癸甲丁角以半徑一千萬

為一率丙角正弦七〇七〇五六二小餘七六為二率甲丙三三八〇〇〇為三率求得四率二三八九八五小餘〇二為甲子垂線又以半徑一千萬為一率丙角餘弦七〇七一五七二小餘七七為二率甲丙邊為三率求得四率二三九〇一九小餘

一六為丙子分邊次以甲子為勾自乘以丙子與丙癸甲癸兩邊和二千萬相減餘一九七六〇九八〇小餘八四為股弦和除之得二八九〇小餘二三為股弦較與股弦和相加得一九七六三八七一小餘〇七折半得九八一九三五小餘五四為甲癸

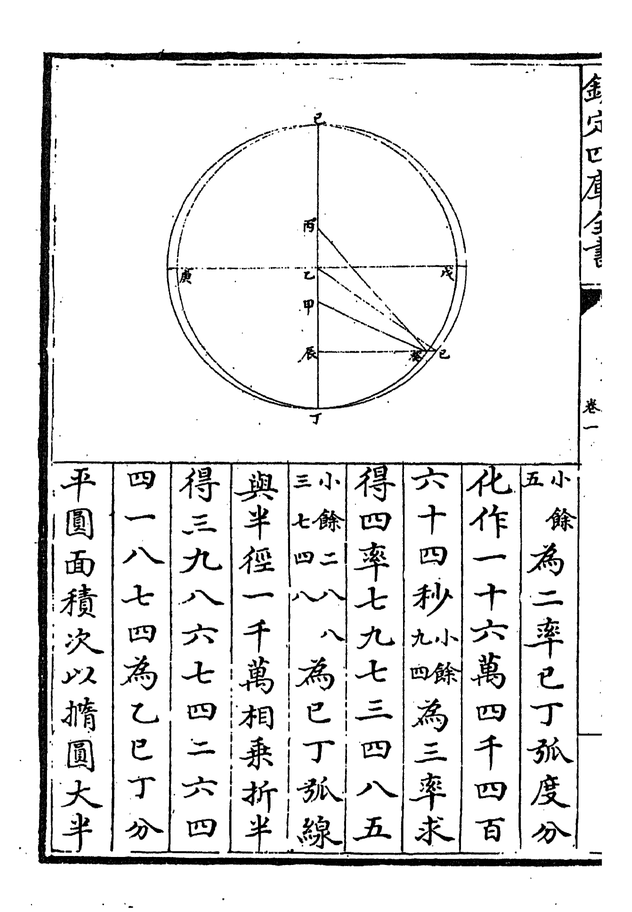
邊次以甲癸邊為一率甲子垂線為二率半徑一千萬為三率求得四率二四一八四〇小餘二九檢正弦得一度二十三分八秒小餘七九即癸角度與丙角相加得四十六度二十二分五十四秒小餘〇六即癸甲丁角度用切線分外角法得數較捷因癸角度小比例得甲

癸線難得確準故用垂線法然甲癸線所截甲癸丁分撱圓面積比所設乙壬丁四十五度之面積小一甲乙丑積與寅壬癸積等甲癸丁積比乙壬丁積多一卯壬癸積少一甲乙卯積丙甲乙與寅癸等甲卯與卯癸等乙卯與卯寅等卯壬與卯丑等故甲乙卯積與寅癸卯積等卯壬癸積與卯甲丑積等以多補少尚少一甲乙丑積與寅壬癸積相等也乃用



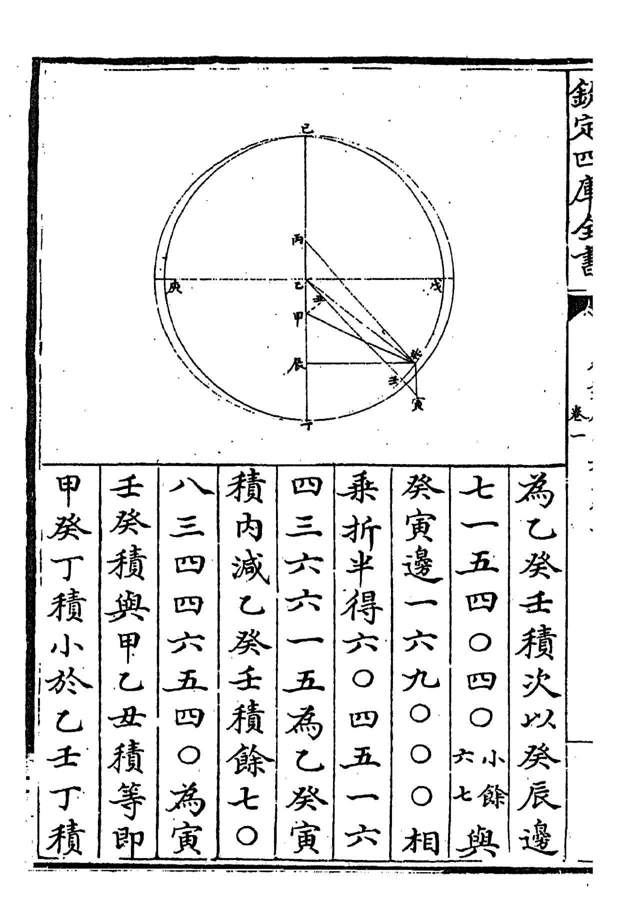
前角求積法以半徑一千萬為一率甲角四十六度二十二分五十四秒小餘○六之正弦七二三九五一三小餘六○為二率甲癸邊為三率求得四率七一五四○四○小餘六七即癸辰邊次以橢圓小半徑九九九八五七一小餘八五為一率大半徑

一千萬為二率癸辰邊為三率求得四率七一五五〇六二小餘五二即巳辰邊檢正弦得四十五度四十一分四秒小餘九四即巳乙丁角度亦即巳丁弧度次以半周天一百八十度化作六十四萬八千秒為一率半周率三一四一五九二六



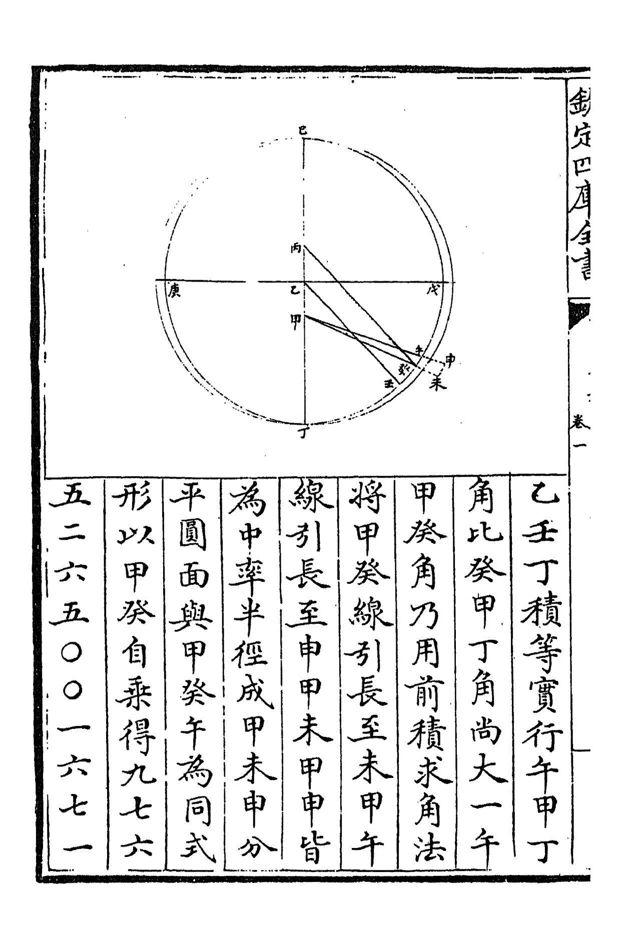
小餘五為二率巳丁弧度分化作一十六萬四千四百六十四秒小餘九四為三率求得四率七九七三四八五小餘二八八三七四八為巳丁弧線與半徑一千萬相乘折半得三九八六七四二六四四一八七四為乙巳丁分平圓面積次以撱圓大半

徑一千萬為一率小半徑九九九八五七一小餘八五為二率乙己丁分平圓面積為三率求得四率三九八六一七三二七七五三六七為乙癸丁分撱圓面積內減所設乙壬丁分撱圓四十五度之面積餘五九七四三二九九〇〇七五

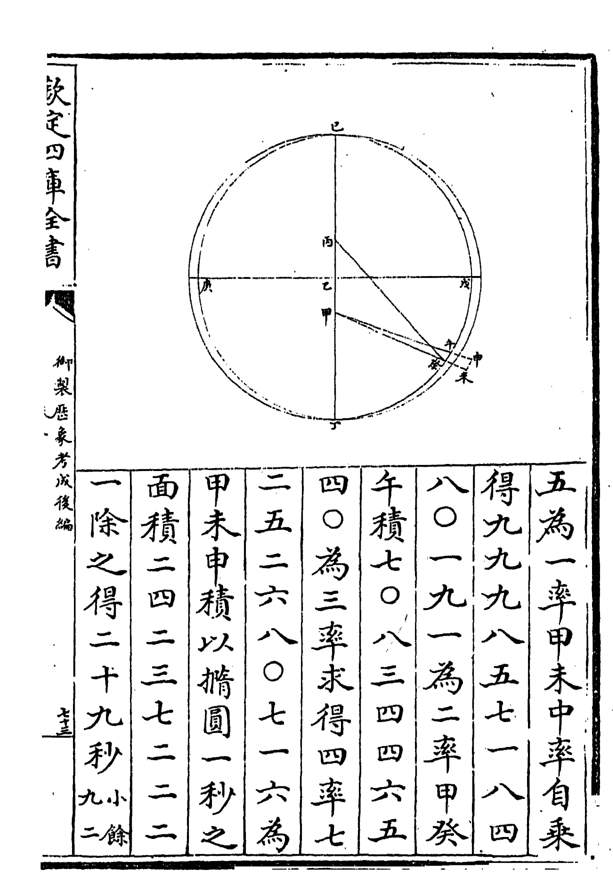


為乙癸壬積次以癸辰邊七一五四〇四〇小餘六七與癸寅邊一六九〇〇〇相乘折半得六〇四五一六四三六六一五為乙癸寅積內減乙癸壬積餘七〇八三四四六五四〇為寅壬癸積與甲乙丑積等即甲癸丁積小於乙壬丁積

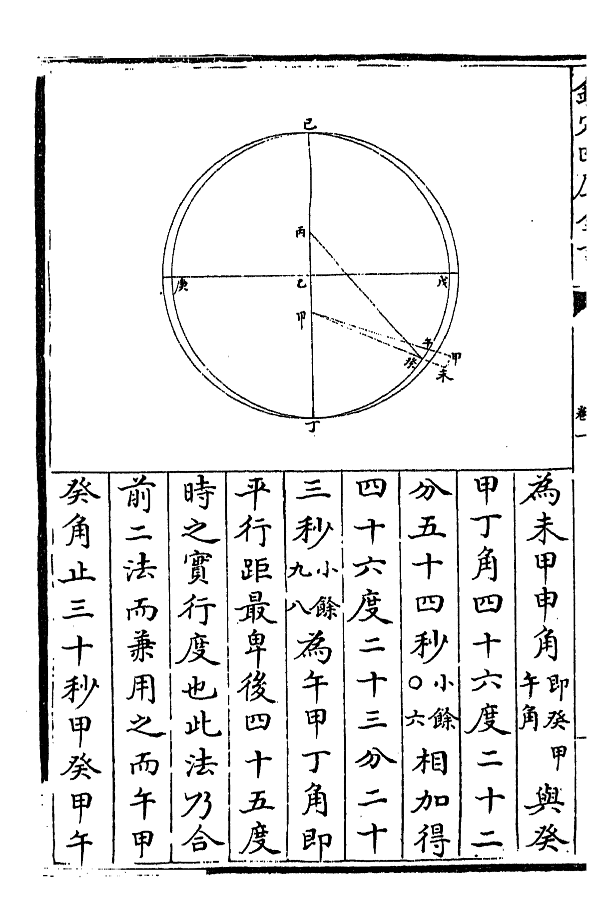
之較或於乙癸丁積內先減甲乙癸積得甲癸丁積再與乙壬丁積相減得數亦同夫甲癸丁積既小於乙壬丁積則是甲癸丁積不足四十五度而平行距最卑後四十五度時太陽必仍在癸點之前如午則甲癸午積與寅壬癸積等甲午丁為分撱圓四十五度之面積與



乙壬丁積等實行午甲丁角比癸甲丁角尚大一午甲癸角乃用前積求角法將甲癸線引長至未甲午線引長至申甲未甲申皆為中率半徑成甲未申分平圓面與甲癸午為同式形以甲癸自乘得九七六五二六五〇〇一六七一

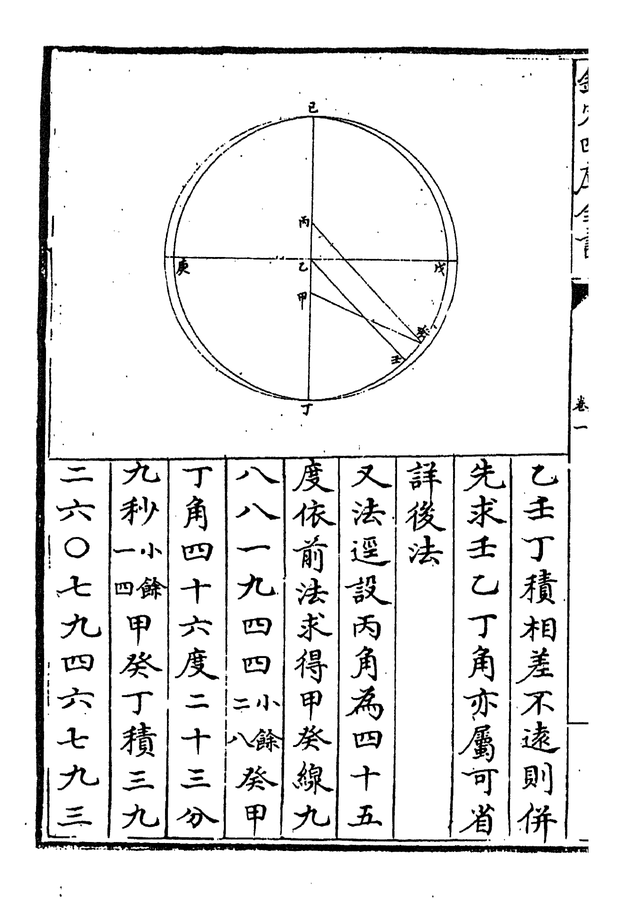


五為一率甲未中率自乘得九九九八五七一八四八〇一九一為二率甲癸午積七〇八三四四六五四〇為三率求得四率七二五二六八〇七一六為甲未申積以橢圓一秒之面積二四二三七二二二一除之得二十九秒小餘九二



為未甲申角（即癸甲午角）與癸甲丁角四十六度二十二分五十四秒（小餘〇六）相加得四十六度二十三分二十三秒（小餘九八）為午甲丁角即平行距最卑後四十五度時之實行度也此法乃合前二法而兼用之而午甲癸角止三十秒甲癸甲午

二線相差無多得數為密其所以先設辛乙丁角為四十五度乙壬丁積為四十五度而求壬乙丁角以為丙角者第借積以比其大小耳究之橢圓面積逐度皆有成數原不待求且先求壬乙丁角為丙角而求甲癸丁積又與所設之



乙壬丁積相差不遠則併先求壬乙丁角亦屬可省詳後法

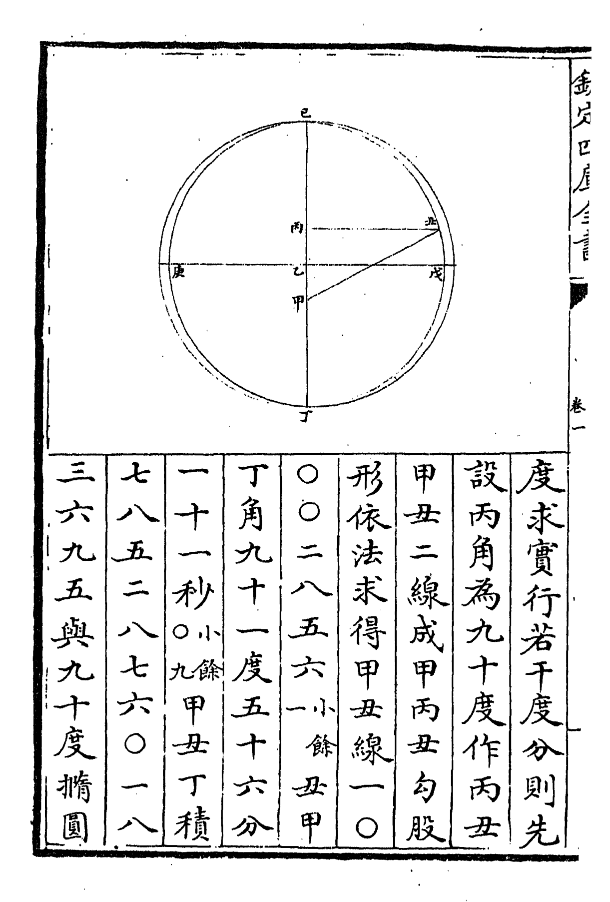
又法逕設丙角為四十五度依前法求得甲癸線九八八一九四四小餘二八癸甲丁角四十六度二十三分九秒小餘一四甲癸丁積三九二六〇七九四六七九三

四八與四十五度撱圓積三九二六四二九九七八五二九二相減餘三五〇五一〇五九四四為甲癸丁積小於四十五度平行積之較即知平行四十五度時太陽在癸點之前如午乃以甲癸自乘得九七六五二八二二七五三〇

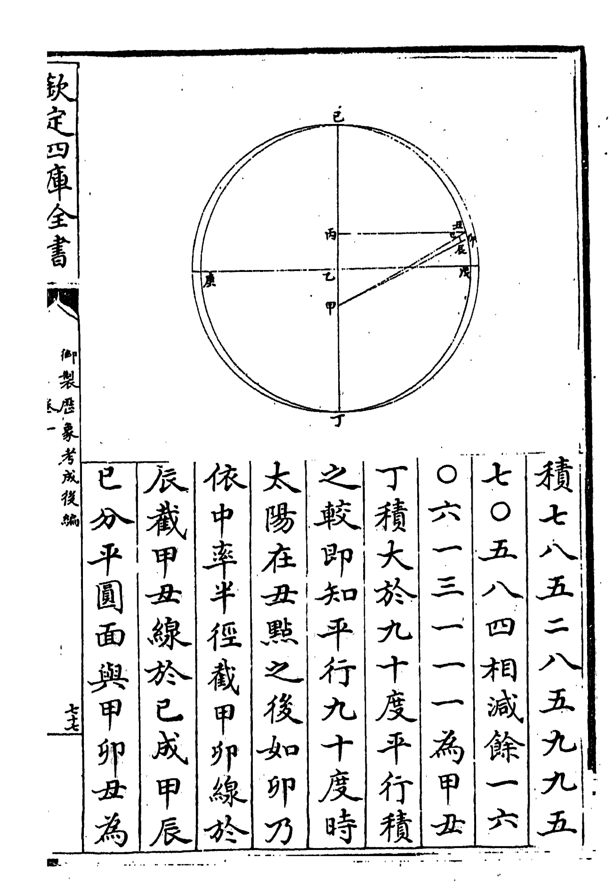
二五為一率中率自乘方九九九八五七一八四八〇一九一為二率積較為三率即甲癸午積求得四率三五八八八四一八四一為甲未申分平圓面積以一秒之面積二四二三七二二二一除之得一十四秒小餘八一為未甲申角即癸甲午角

與癸甲丁角四十六度二十三分九秒（小餘一四）相加得午甲丁角為四十六度二十三分二十三秒（小餘九五）即平行距最卑後四十五度時之實行度此法得數與前同丙即以平行積度為丙角較前法為省便也

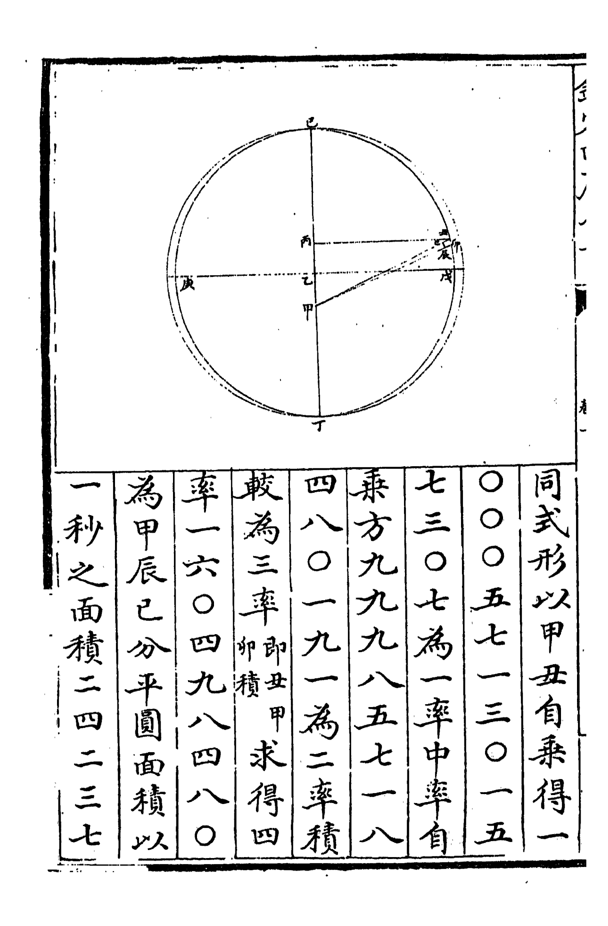
又如平行距最卑後九十



度求實行若干度分則先設丙角為九十度作丙丑甲丑二線成甲丙丑勾股形依法求得甲丑線一〇〇〇二八五六一小餘丑甲丁角九十一度五十六分一十一秒〇九小餘甲丑丁積七八五二八七六〇一八三六九五與九十度橢圓



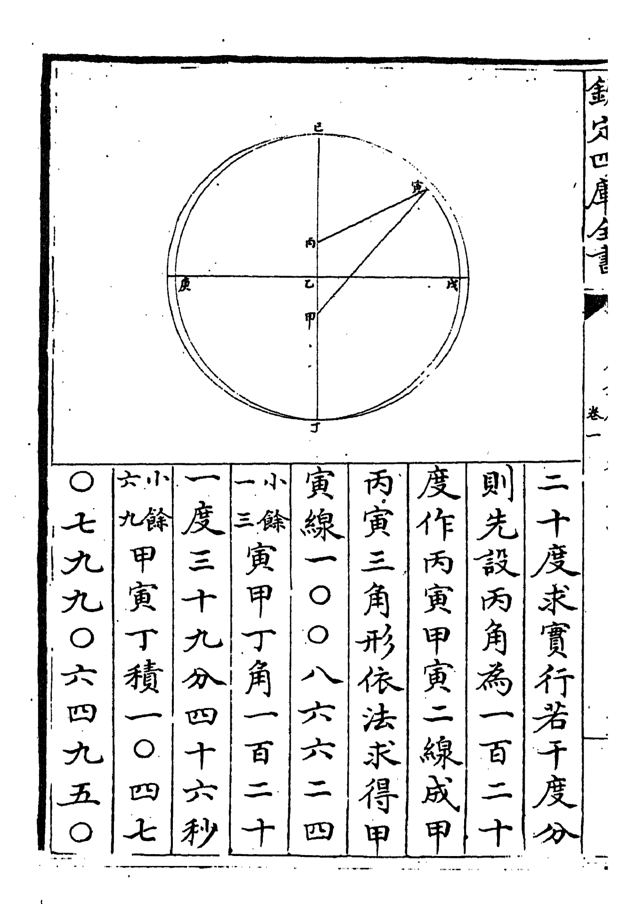
積七八五二八五九九五七〇五八四相減餘一六〇六一三一一一為甲丑丁積大於九十度平行積之較即知平行九十度時太陽在丑點之後如卯乃依中率半徑截甲卯線於辰截甲丑線於己成甲辰己分平圓面與甲卯丑為



同式形以甲丑自乘得一○○○五七一三○一五七三○七為一率中率自乘方九九九八五七一八四八○一九一為二率積較為三率即丑甲卯積求得四率一六○四九八四八○為甲辰已分平圓面積以一秒之面積二四二三七

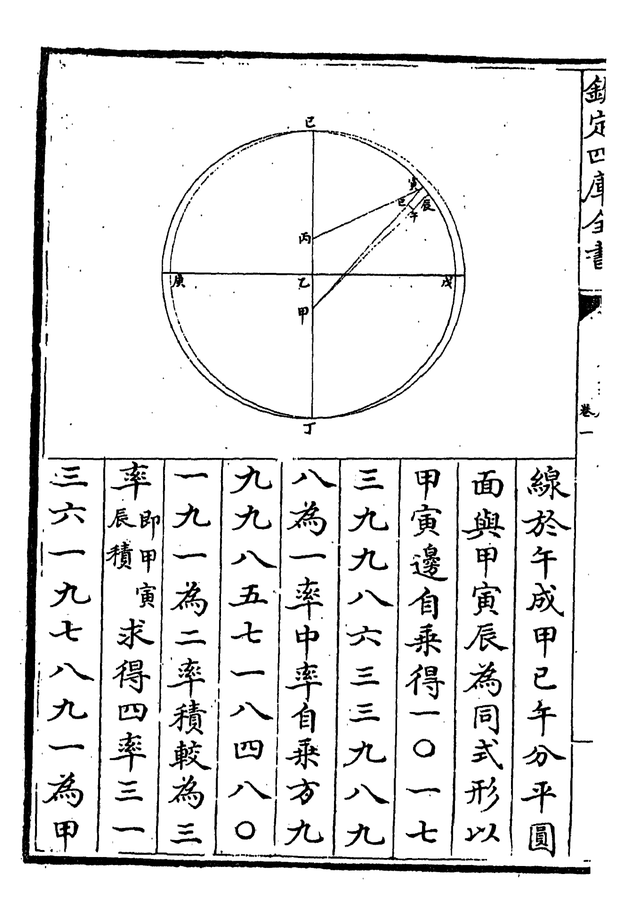
二二二一除之得百分秒之六六為辰甲巳角（即丑甲卯）角與丑甲丁角九十一度五十六分一十一秒（小餘〇九）相減餘九十一度五十六分一十秒（小餘四三）為卯甲丁角即平行距最卑後九十度時之實行度也

又如平行距最卑後一百



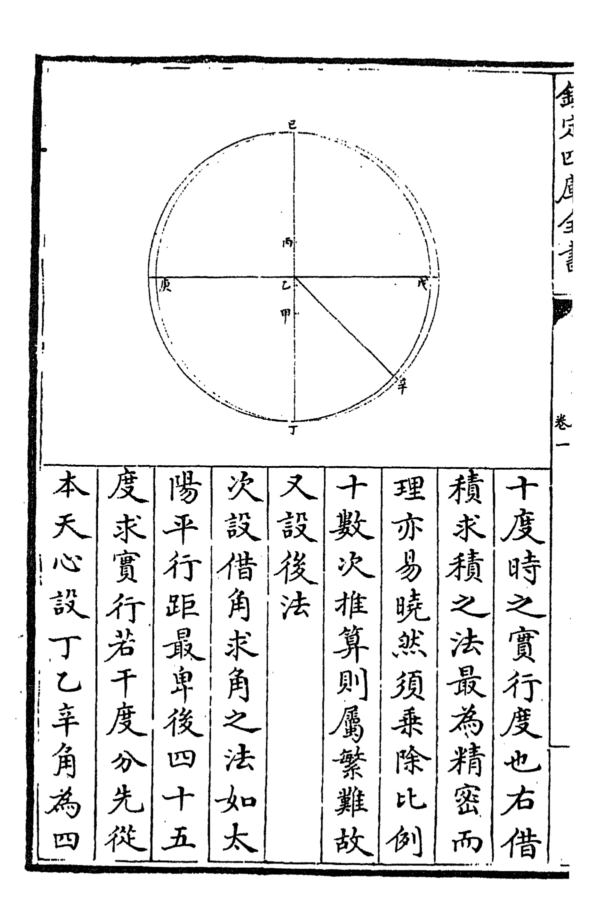
二十度求實行若干度分則先設丙角為一百二十度作丙寅甲寅二線成甲丙寅三角形依法求得甲寅線一〇〇八六六二四小餘一三寅甲丁角一百二十一度三十九分四十六秒小餘六九甲寅丁積一〇四七〇七九九〇六四九五〇

六與一百二十度之橢圓積一〇四七〇四七九九四二七四四六相減餘三一九一二二二〇六〇為甲寅丁積大於一百二十度平行積之較即知平行一百二十度時太陽在寅點之後如辰乃依中率半徑截甲寅線於巳截甲辰



線於午戌甲己午分平圓面與甲寅辰為同式形以甲寅邊自乘得一〇一七三九九八六三三九八九八為一率中率自乘方九九九八五七一八四八〇一九一為二率積較為三率即甲寅辰積求得四率三一三六一九七八九一為甲

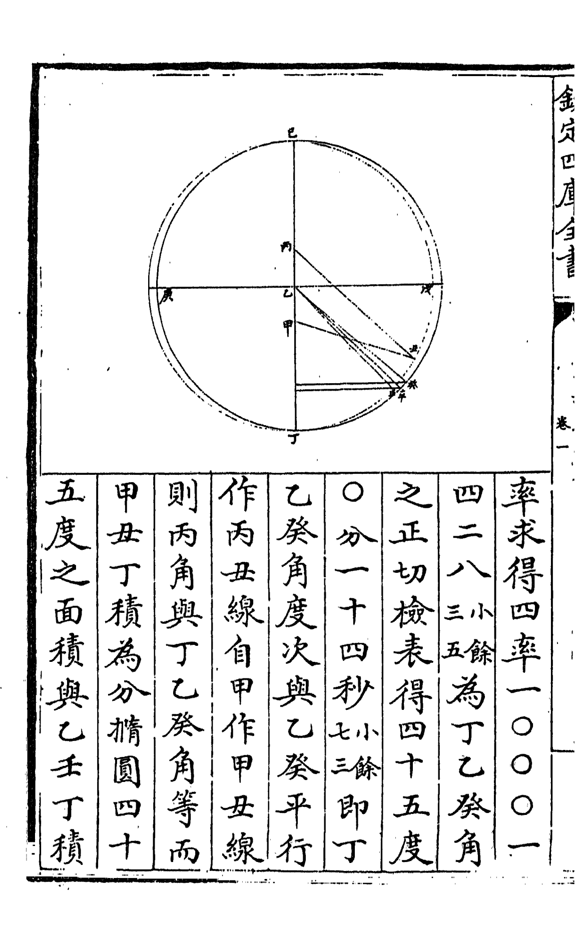
巳午積以一秒之面積二四二三七二二二一除之得一十二秒小餘九四為巳甲午角即寅甲辰角與寅甲丁角一百二十一度三十九分四十六秒小餘六九相減餘一百二十一度三十九分三十三秒小餘七五為辰甲丁角即平行距最卑後一百二



十度時之實行度也右借積求積之法最為精密而理亦易曉然須乘除比例十數次推算則屬繁難故又設後法

次設借角求角之法如太陽平行距最卑後四十五度求實行若干度分先從本天心設丁乙辛角為四

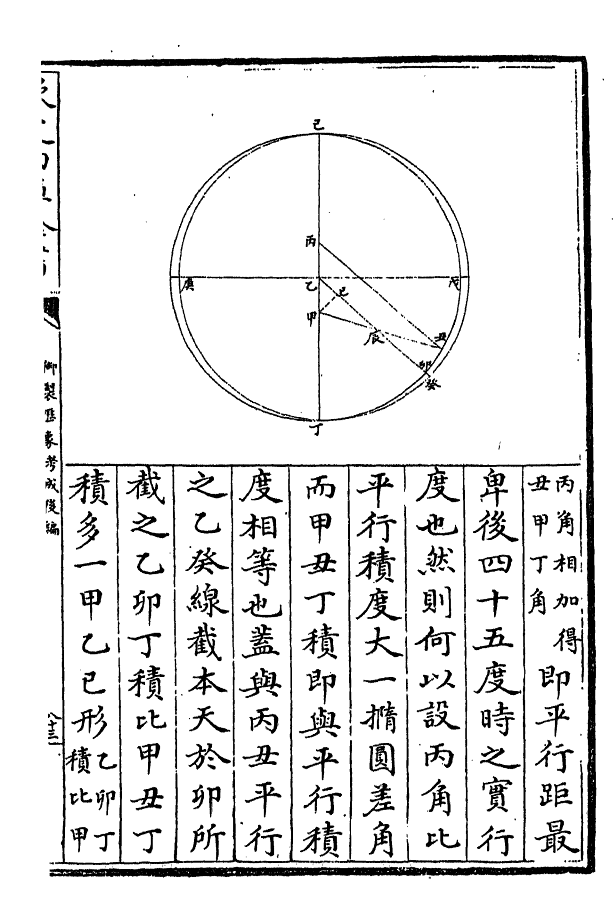
十五度則乙壬丁分撱圓面積亦為四十五度次將丁乙辛角加癸乙子撱圓差角九十度以內大一撱圓差角九十度以外小一撱圓差角解見後以撱圓小半徑九九九九八五七一小餘八五為一率大半徑一千萬為二率所設丁乙辛角四十五度之正切一千萬為三



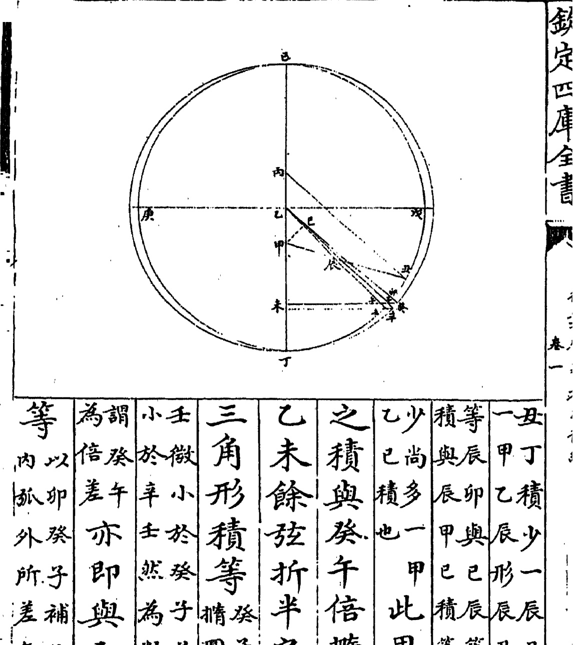
率求得四率一〇〇〇一四二八小餘三五為丁乙癸角之正切檢表得四十五度〇分一十四秒小餘七三即丁乙癸角度次與乙癸平行作丙丑線自甲作甲丑線則丙角與丁乙癸角等而甲丑丁積為分檐圓四十五度之面積與乙壬丁積

等是為平行丑甲丁角即為實行乃將丙丑線引長至寅使丑寅與甲丑等則丙寅為二千萬甲丑丙丑共二千萬丑寅既與甲丑等故丙寅亦二千萬又自甲至寅作甲寅線成甲寅丙三角形用切線分外角法求得寅角四十一分三十四秒小餘七四倍之得一度二

十三分九秒（小餘四九）即甲丙丑形之丑角度（甲丑寅形之丑角以甲丑丙角為外角與甲寅二內角等丑寅既與甲丑等則甲角必與寅角等故倍寅角即得甲丑丙角）與丙角四十五度〇分一十四秒（小餘七三）相加得四十六度二十三分二十四秒（小餘二二）為丑甲丁角度（丑甲丁角為丑甲丙角之外角與丙丑二內角等故以丑角與

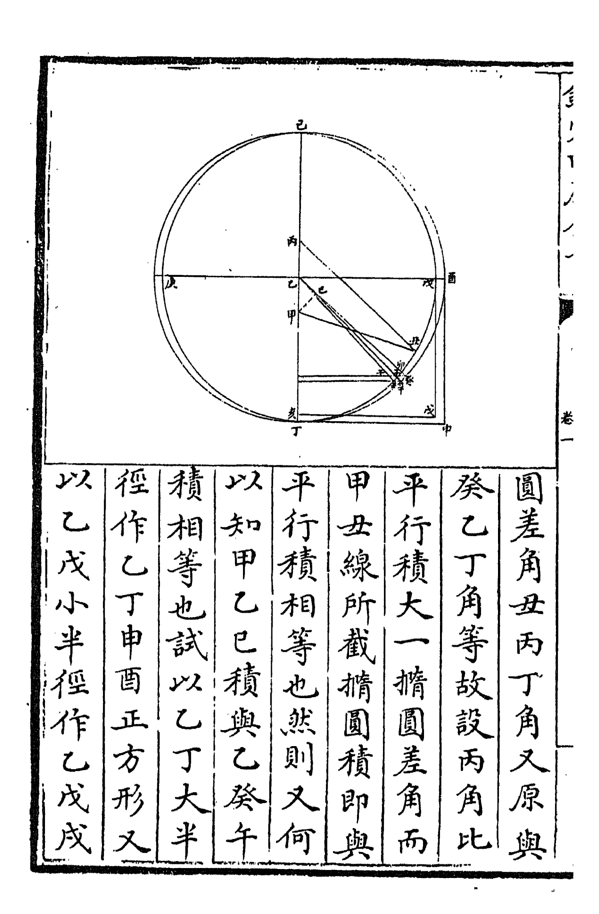


丙角相加得丑甲丁角即平行距最卑後四十五度時之實行度也然則何以設丙角比平行積度大一𢀅圓差角丙甲丑丁積即與平行積度相等也蓋與丙丑平行之乙癸線截本天於卯所截之乙卯丁積比甲丑丁積多一甲乙巳形積乙卯丁積比甲



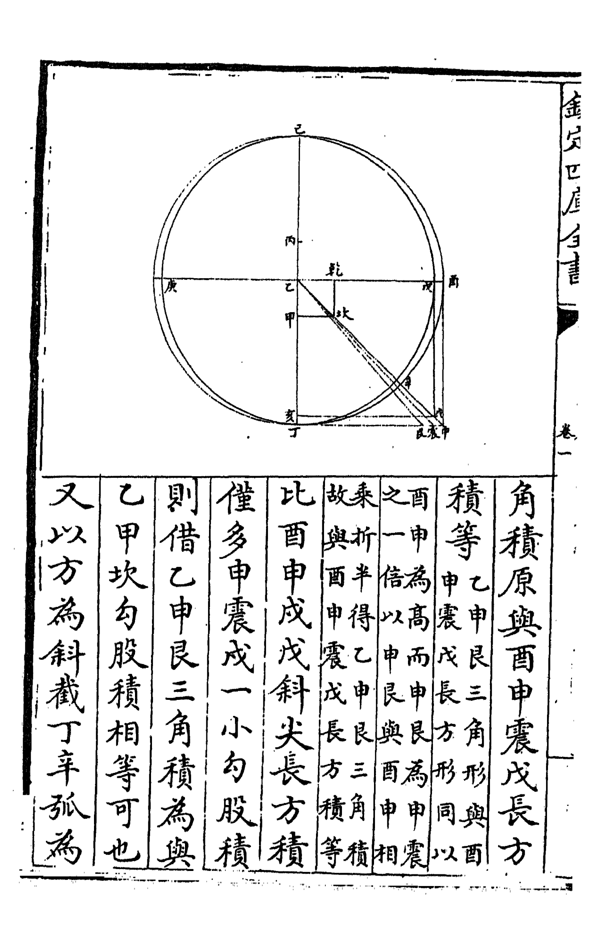
丑丁積少一辰丑卯形多一甲乙辰形辰丑與甲辰等辰卯與巳辰等辰丑卯積與辰甲巳積等以多補少尚多一甲乙巳積也此甲乙巳形之積與癸午倍橢圓差乘乙未餘弦折半之乙癸午三角形積等癸子辛壬皆橢圓差而辛壬微小於癸子子午又微小於辛壬然為數無多故謂癸午為倍差亦即與乙卯壬積等以卯癸子補子壬午弧內弧外所差無多故謂

相等夫乙卯丁積比乙壬丁積多一乙卯壬形比甲丑丁積多一甲乙巳形甲乙已積既與乙卯壬積等則甲丑丁積必與乙壬丁積等而乙壬丁為分撱圓四十五度之面積辛乙丁角為四十五度之角癸乙丁角比辛乙丁角原大一撱



圓差角丑丙丁角又原與癸乙丁角等故設丙角比平行積大一楕圓差角丙甲丑線所截楕圓積即與平行積相等也然則又何以知甲乙巳積與乙癸午積相等也試以乙丁大半徑作乙丁申酉正方形又以乙戊小半徑作乙戊戌

亥正方形兩積相減餘酉申丁亥戌戌罄折形積與兩心差自乘之甲乙乾坎正方積等乙丁與甲戌等為弦乙戌為股甲乙為勾股弦兩方相減與勾方等斜分而半之則乙甲坎勾股積即與酉申戌戌斜尖長方積等而申艮倍橢圓差與酉申相乘折半之乙申艮三

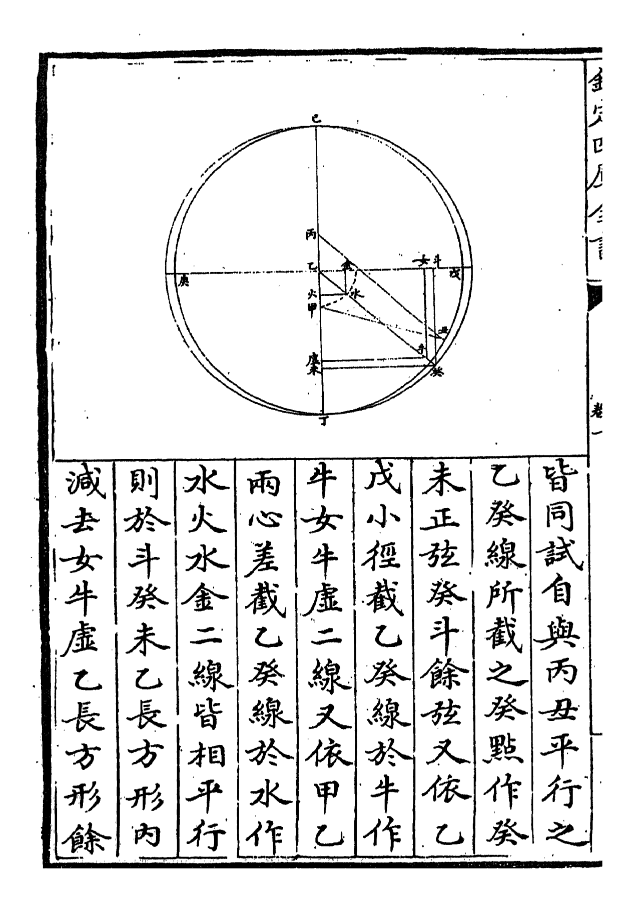


角積原與酉申震戊長方積等乙申艮三角形與酉申震戊長方形同以酉申為高而申艮為申震之一倍以申艮與酉申相乘折半得乙申艮三角積故與酉申震戊長方積等比酉申戊戊斜尖長方積僅多申震戊一小勾股積則借乙申艮三角積為與乙甲坎勾股積相等可也又以方為斜截丁辛弧為

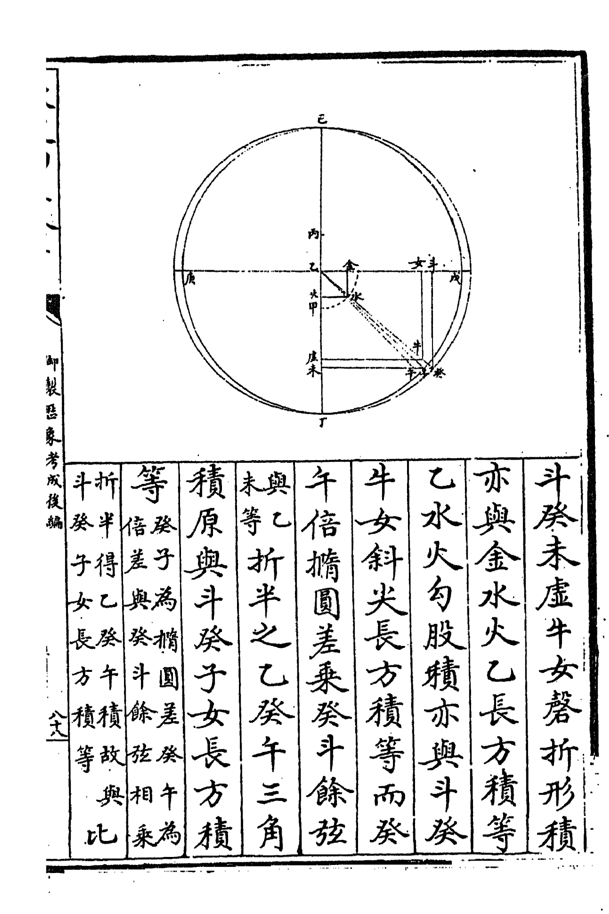
四十五度乙辛與乙丁等辛巽為四十五度之正弦辛離為四十五度之餘弦依乙戊小徑截乙辛線於坤依乙甲兩心差截乙辛線於兑與辛巽平行作坤亢兑氐二線與辛離平行作坤房兑尾二線所成正方各為前圖正方積之一

半則於離辛巽乙正方形內減房坤亢乙正方形餘離辛巽亢坤房磬折形積亦與乙尾兌氐正方積等乙兌氐勾股積亦與離辛坤房斜尖長方積等兩辛箕倍撱圓差乘辛離餘弦折半之乙辛箕三角積原與離辛壬房長方積等辛壬

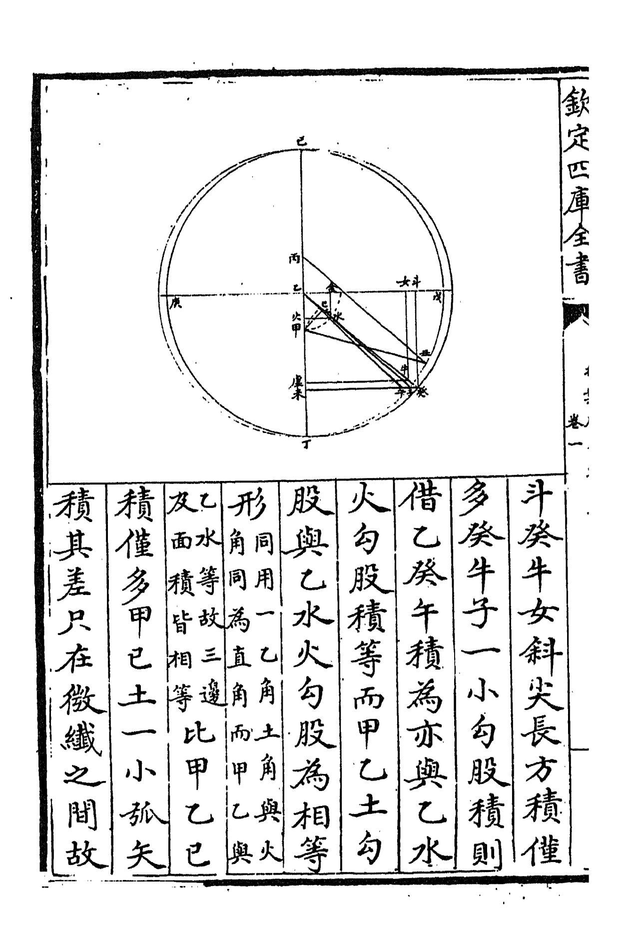
為四十五度之橢圓差辛箕為倍差與辛離餘弦相乘折半得乙辛箕積故比與離辛壬房長方積等比離辛坤房斜尖長方積僅多辛壬坤一小勾股積則借乙辛箕三角積為與乙兑氐勾股積相等亦可也由此推之逐度之正弦餘弦所成之勾股雖非正方而斜弦不改則各數比例



皆同試自與丙丑平行之乙癸線所截之癸點作癸未正弦癸斗餘弦又依乙戊小徑截乙癸線於牛作斗女牛虛二線又依甲乙兩心差截乙癸線於水作水火水金二線皆相平行則於斗癸未乙長方形內減去女牛虛乙長方形餘

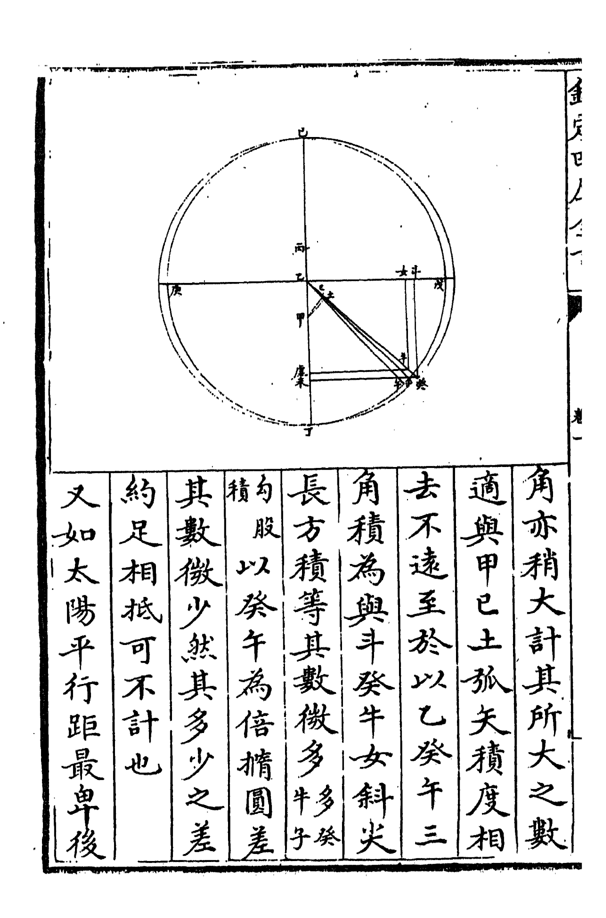


斗癸未虛牛女磬折形積亦與金水火乙長方積等乙水火勾股積亦與斗癸牛女斜尖長方積等而癸午倍橢圓差乘癸斗餘弦與乙未等折半之乙癸午三角積原與斗癸子女長方積等癸子為橢圓差癸午為倍差與癸斗餘弦相乘折半得乙癸午積故與斗癸子女長方積等比



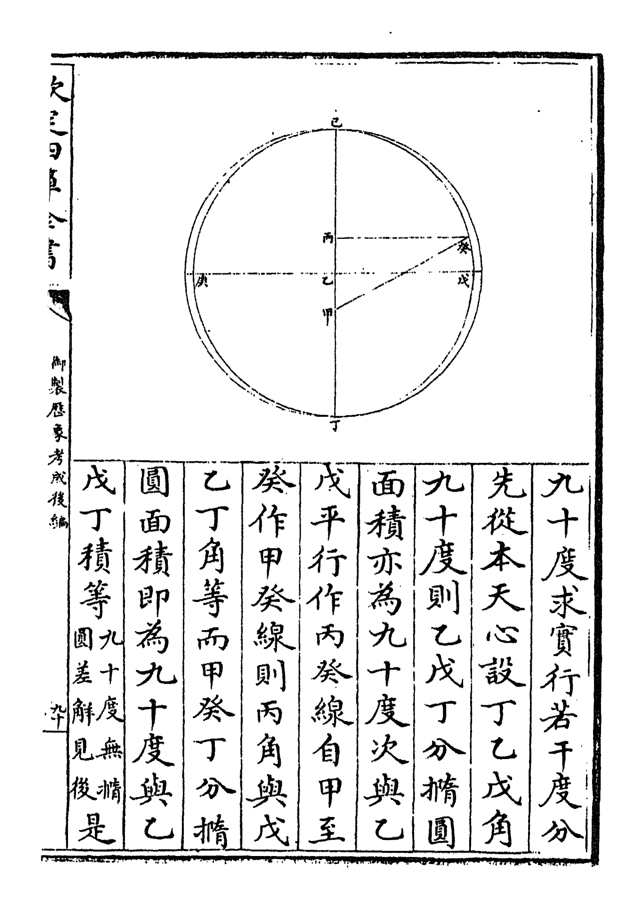
斗癸牛女斜尖長方積僅多癸牛子一小勾股積則借乙癸午積為亦與乙水火勾股積等而甲乙土勾股與乙水火勾股為相等形同用一乙角土角與火角同為直角而甲乙與乙水等故三邊及面積皆相等比甲乙已積僅多甲已土一小弧矢積其差只在微纖之間故

謂甲乙巳積與乙癸午積相等也此法所得實行較前法多百分秒之二十四蓋乙卯丁積比乙壬丁積多乙卯壬積實與甲乙土積等而比甲丑丁積僅多甲乙巳積則是甲丑丁積比乙壬丁四十五度積為稍大故所得實行丑甲丁



角亦稍大計其所大之數適與甲巳土弧矢積度相去不遠至於以乙癸午三角積為與斗癸牛女斜尖長方積等其數微多多癸牛子勾股以癸午為倍犄圓差積其數微少然其多少之差約足相抵可不計也

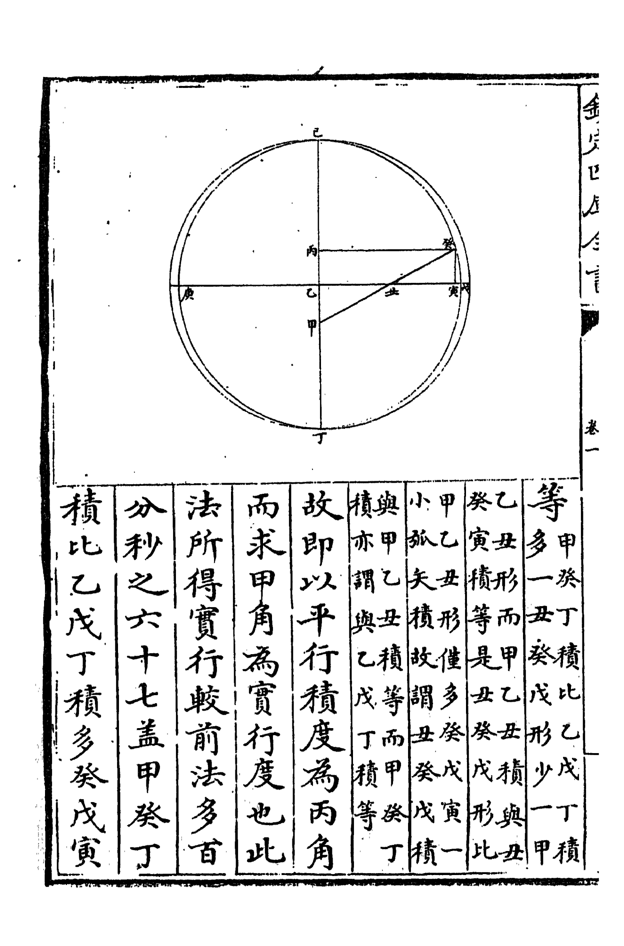
又如太陽平行距最卑後



九十度求實行若干度分先從本天心設丁乙戊角九十度則乙戊丁分橢圓面積亦為九十度次與乙戊平行作丙癸線自甲至癸作甲癸線則丙角與戊乙丁角等而甲癸丁分橢圓面積即為九十度與乙戊丁積等九十度無橢圓差解見後是

為平行癸甲丁角即為實行乃將丙癸線引長至子使癸子與甲癸等則丙子為二千萬又自甲至子作甲子線成甲丙子三角形求得子角五十八分五秒小餘五五倍之得一度五十六分一十一秒小餘一〇即甲丙癸形之癸角度與丙角九

十度相加得九十一度五十六分一十一秒小餘一〇為癸甲丁角度即平行距最卑後九十度時之實行度也蓋乙戊丁為橢圓四分之一其積為九十度戊乙丁角亦九十度積度與角度同為一線故無橢圓差丙角既與乙角等甲癸丁積又與乙戊丁積



等甲癸丁積比乙戊丁積多一丑癸戊形少一甲乙丑形而甲乙丑積與丑癸寅積等是丑癸戊形比甲乙丑形僅多癸戊寅一小弧矢積故謂丑癸戊積與甲乙丑積等而甲癸丁積亦謂與乙戊丁積等

故即以平行積度為丙角而求甲角為實行度也此法所得實行較前法多百分秒之六十七蓋甲癸丁積比乙戊丁積多癸戊寅

弧矢積九十度稍大故實行亦稍大又丙角至九十度則弧矢之癸寅半弦與甲乙兩心差相等是為最長積亦最大故所差最多過此則所差又漸少矣

又如太陽平行距最卑後一百二十度求實行若干度分先從本天心設丁乙

癸角一百二十度則乙子丁分撱圓面積亦為一百二十度次將丁乙癸角減丑乙寅撱圓差角九十度以外小一撱圓差角故減則癸乙巳外角大一撱圓差角以撱圓小半徑九九九九八五七一小餘八五為一率大半徑一千萬為二率所設癸乙巳外角

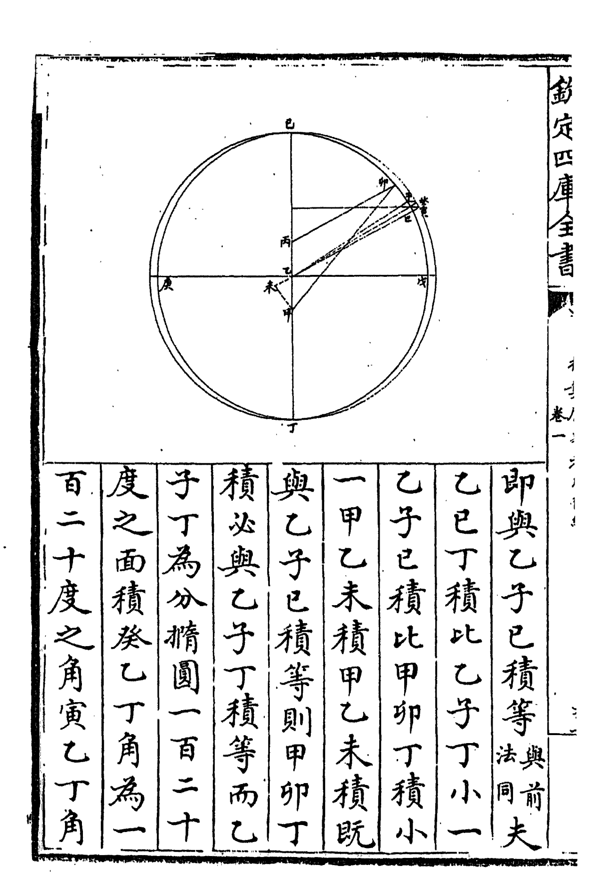
六十度之正切一七三二○五○八為三率求得四率一七三二二九八一小餘九八為己乙寅外角之正切檢表得六十度○分一十二秒小餘七六即己乙寅外角度與一百八十度相減餘一百一十九度五十九分四十七秒小餘二四即寅乙丁

丙角度次與乙寅平行作丙卯線自甲作甲卯線則丙角與寅乙丁角等甲卯丁積爲分楕圓一百二十度之面積與乙子丁積等是爲平行卯甲丁角即爲實行乃將丙卯線引長至辰使卯辰與甲卯等則丙辰爲二千萬又自甲至辰

作甲辰線成甲丙辰三角形求得辰角四十九分五十三秒小餘四六倍之得一度三十九分四十六秒小餘九二即甲丙卯形之卯角度與丙內角一百一十九度五十九分四十七秒小餘二四相加得一百二十一度三十九分三十四秒小餘一六為卯

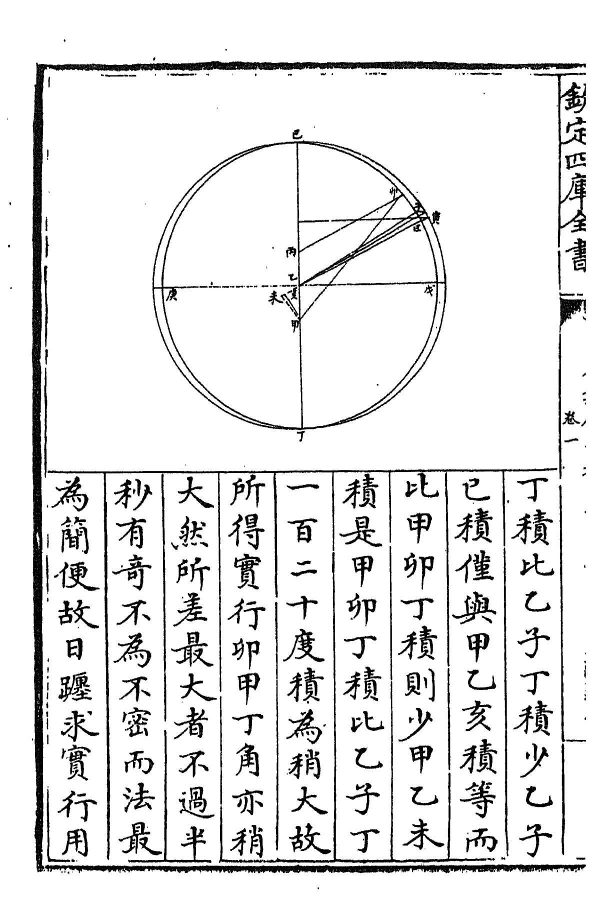
甲丁角度即平行距最卑後一百二十度時之實行度也蓋與丙卯平行之乙寅線截本天於巳所截之乙巳丁積比甲卯丁積小一卯巳午形與甲乙未形等乙巳丁積比甲卯丁積少一卯巳酉形多一甲乙酉形丙甲乙酉形與卯午酉形等以多補少仍少一卯巳午形又將乙巳線引長至未使酉未與酉巳

等丙酉甲原與酉卯等卯午原與甲乙等故作甲未弧則卯巳午積即與甲乙未積等此甲乙未形之積與寅申倍橢圓差乘乙戌餘弦折半之乙寅申三角形積等寅丑癸子皆橢圓差丙癸子微小於寅丑丑申又微小於癸子然為數無多故謂寅申為倍差與乙戌餘弦相乘折半得積與甲乙亥勾股積等此甲乙未積僅小甲未亥一小弧矢積故借甲乙未亦積為與乙寅申積等



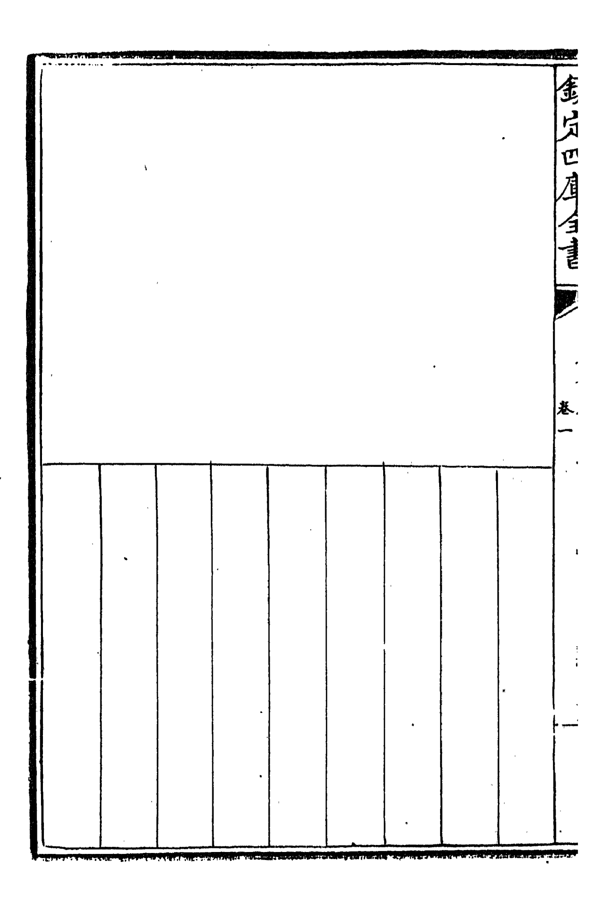
即與乙子巳積等（與前法同）夫乙巳丁積比乙子丁小一乙子巳積比甲卯丁積小一甲乙未積甲乙未積既與乙子巳積等則甲卯丁積必與乙子丁積等而乙子丁為分橢圓一百二十度之面積癸乙丁角為一百二十度之角寅乙丁角

比癸乙丁角原小一橢圓差角卯丙丁角又原與寅乙丁角等故於平行一百二十度内減一橢圓差角為丙角其甲卯線所截橢圓積即與平行度相等而求得甲角為實行度也此法所得實行較之前法多百分秒之四十一盖乙巳



丁積比乙子丁積少乙子巳積僅與甲乙亥積等而比甲卯丁積則少甲乙未積是甲卯丁積比乙子丁一百二十度積為稍大故所得實行卯甲丁角亦稍大然所差最大者不過半秒有奇不為不密而法最為簡便故曰躔求實行用

此法也



求均數

均數者盈縮差也最卑前後兩象限為行盈最高前後兩象限為行縮然盈縮差自最卑最高起算最高前一象限雖行縮而實行仍大於平行故最卑後半周皆為加差最卑前一象限雖行盈而實行仍小於平行故最高後半周皆為減差上編言之詳矣今求盈縮差用前借角求角之法與不同心天之法畧同但多一橢圓差耳故先以平行求得對倍兩心差之角又以平行求得橢圓差角與對倍兩心差之角相

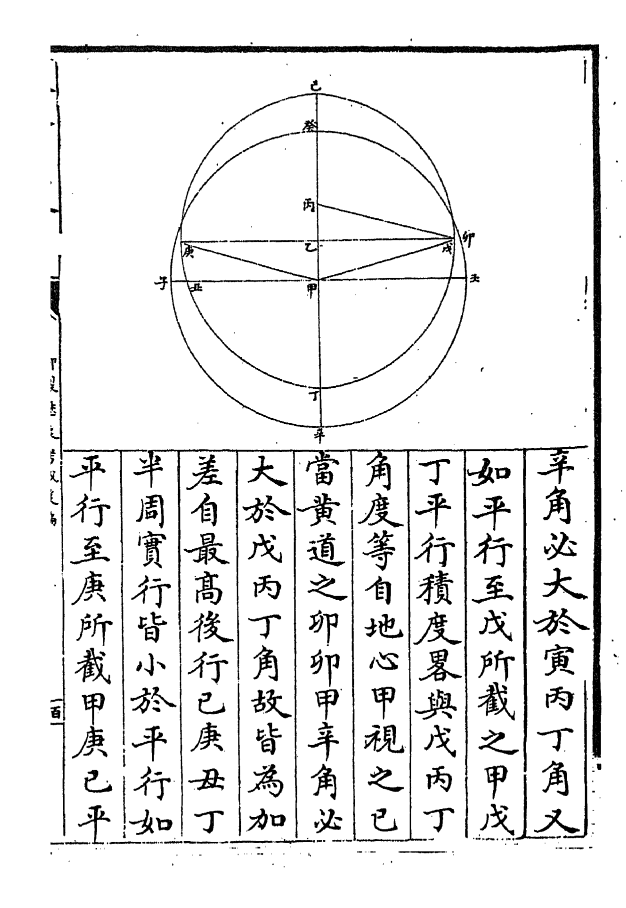
加減而得均數加減之法具詳於左

如圖甲為地心乙為本天心甲乙為兩心差甲丙為倍差丁戊己庚為本天辛壬癸子為黄道以行度言之太陽在最卑前後當子辛辛壬兩象限其本天平行丑甲寅丁面積未及半周而以黄道度計之已見

巳 癸 丙 庚 乙 戊 子 丑 甲 寅 壬 丁 辛

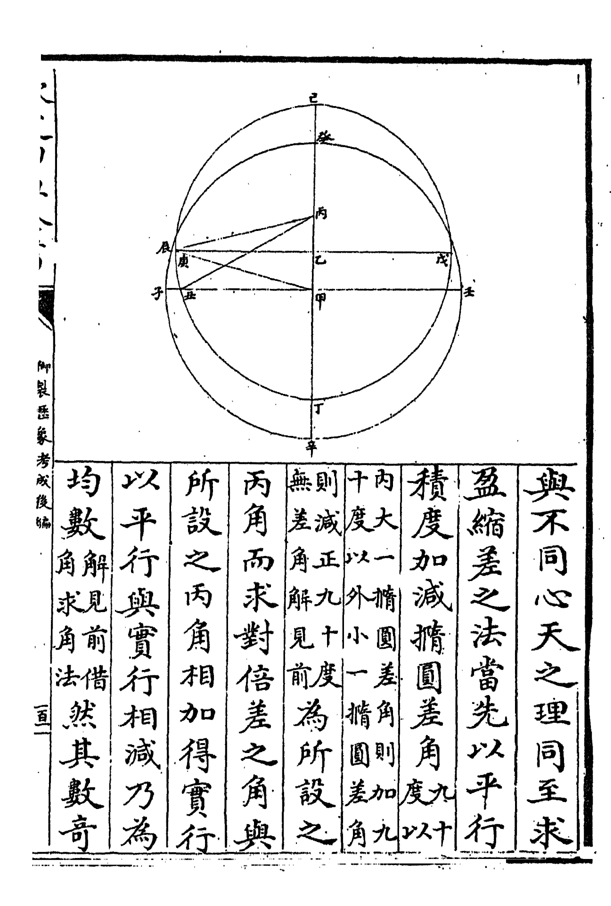
自子行至壬故為行盈太陽在最高前後當壬癸癸子兩象限其本天平行寅甲丑巳面積已過半周兩以黄道度計之止見自壬行至子故為行縮以盈縮差言之太陽在最卑丁是為初宫初度當黄道之辛甲丁辛成一直線無盈縮

差太陽在最高巳是為六宮初度當黃道之癸甲癸巳成一直線亦無盈縮差丙自最卑後行丁寅戊巳半周實行皆大於平行如平行至寅所截甲寅丁平行積度畧與寅丙丁角度等爭一橢圓差角故謂畧等自地心甲視之巳當黃道之壬壬甲



辛角必大於寅丙丁角又如平行至戊所截之甲戊丁平行積度畧與戊丙丁角度等自地心甲視之已當黄道之卯卯甲辛角必大於戊丙丁角故皆為加差自最高後行已庚丑丁半周實行皆小於平行如平行至庚所截甲庚已平

行積度畧與庚丙已角度等自地心甲視之方當黃道之辰辰甲癸角必小於庚丙已角又如平行至丑所截甲丑已平行積度畧與丑丙已角度等自地心甲視之方當黃道之子子甲癸角必小於丑丙已角故皆為減差此盈縮之理



與不同心天之理同至求盈縮差之法當先以平行積度加減撱圓差角九十度以內大一撱圓差角則加九十度以外小一撱圓差角則減正九十度無差角解見前為所設之丙角而求對倍差之角與所設之丙角相加得實行以平行與實行相減乃為均數解見前借角求角法然其數奇

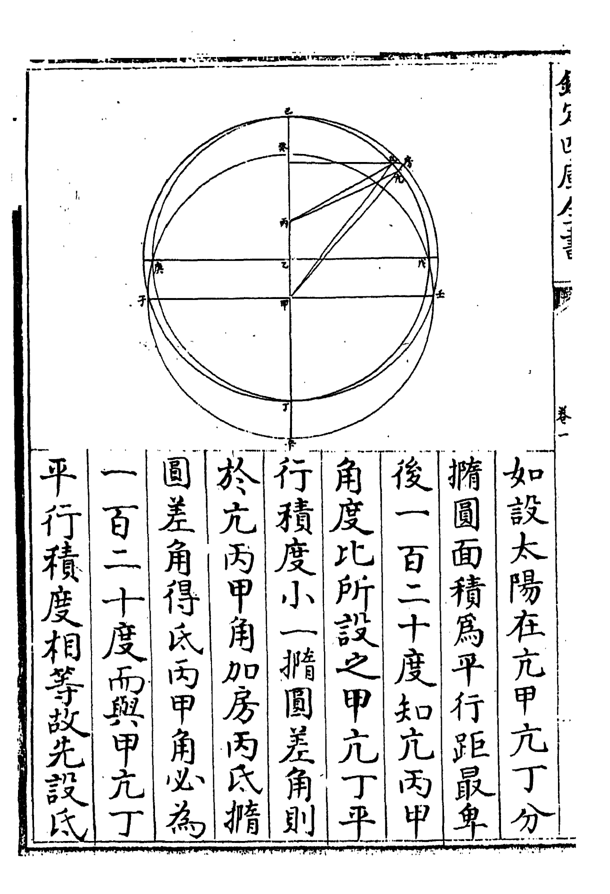
零不便立算故先以平行求得對倍差之角而後加減橢圓差角為尤便也如設太陽在巳甲巳丁分橢圓面積為平行距最卑後六十度知巳丙甲角度比所設之甲巳丁平行積度大一橢圓差角則於巳丙甲角內減未丙午橢圓差

角餘午丙甲角必為六十度而與甲巳丁平行積度相等故先設午丙甲角為六十度用甲丙午三角形求得對甲丙倍差之午角一度四十一分二十九秒與平行午丙甲角相加則得午甲丁角然太陽原在巳當黄道之申實行申甲



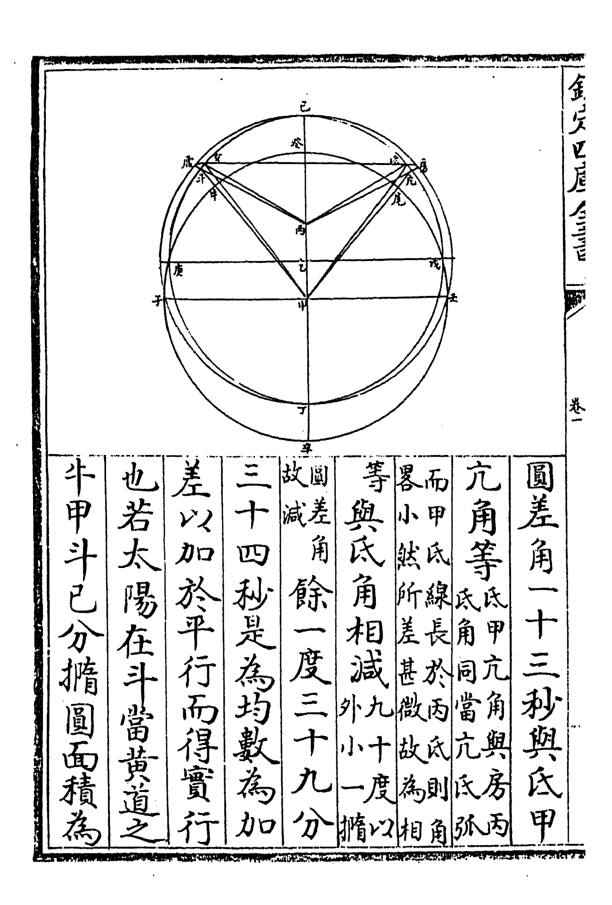
辛角（即辛申弧）比午甲丁角尚大一已甲午角故又求得未丙午橢圓差角一十三秒與已甲午角等（已甲午角與未丙午角同當已午弧而甲午線短於丙午則角畧大然所差甚微故為相等）與午角相加（九十度以內大一橢圓差角故加）得一度四十一分四十二秒是為均數為加差以加於平行

而得實行也若太陽在酉當黃道之戌甲酉巳分橢圓面積為平行距最高後一百二十度而距最卑前六十度則對甲丙倍差之亥角與午角等乾丙亥橢圓差角亦與未丙午角等但其均數為減差以減於平行而得實行也



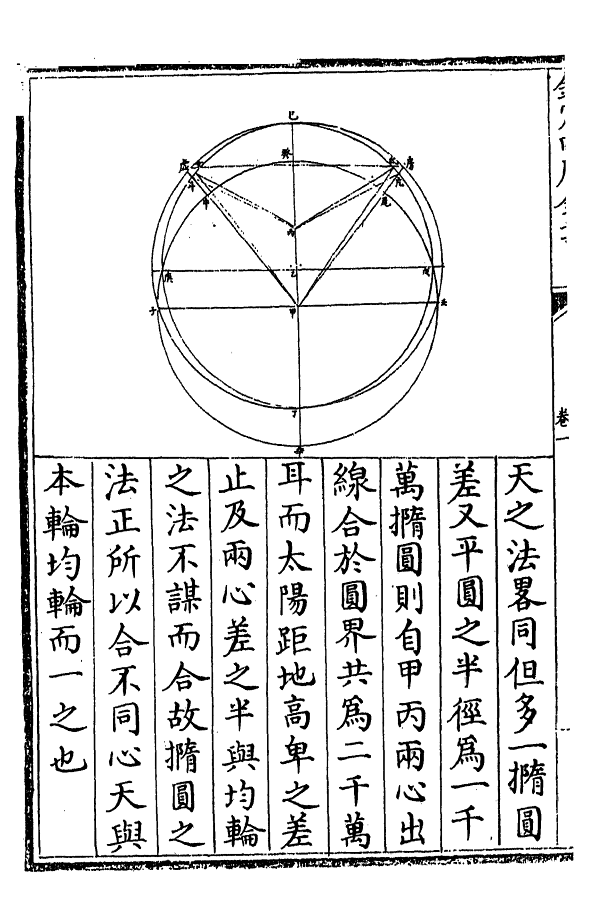
如設太陽在亢甲亢丁分𢱉圓面積爲平行距最卑後一百二十度知亢丙甲角度比所設之甲亢丁平行積度小一𢱉圓差角則於亢丙甲角加房丙氐𢱉圓差角得氐丙甲角必爲一百二十度而與甲亢丁平行積度相等故先設氐

丙甲角為一百二十度用甲丙氐三角形求得對甲丙倍差之氐角一度三十九分四十七秒與平行氐丙甲角相加則得氐甲丁角然太陽原在亢當黄道之尾實行尾甲辛角（即辛尾弧）比氐甲丁角尚小一氐甲亢角故又求得房丙氐橢

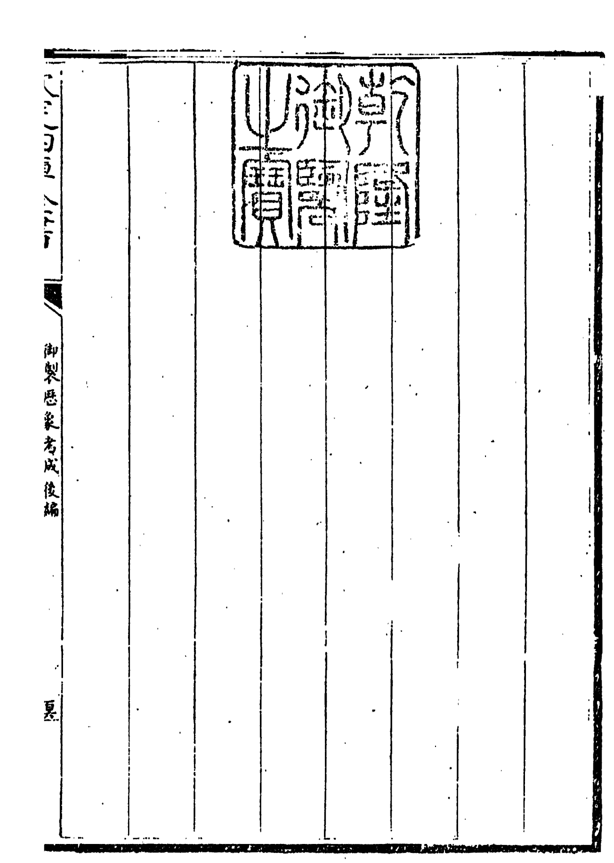


圓差角一十三秒與氐甲亢角等（氐甲亢角與房丙氐角同當亢氐弧而甲氐線長於丙氐則角畧小然所差甚微故為相等）與氐角相減（九十度以外小一撱圓差角故減）餘一度三十九分三十四秒是為均數為加差以加於平行而得實行也若太陽在斗當黃道之斗甲斗己分撱圓面積為

平行距最高後六十度則對甲丙倍差之女角與氐角等女丙虛橢圓差角亦與房丙氐角等但其均數為減差以減於平行而得實行也用此法求得最卑後半周之加差即得最高後半周之減差列爲表此法與以丙爲心作不同心



天之法畧同但多一撱圓差又平圓之半徑為一千萬撱圓則自甲丙兩心出線合於圓界共為二千萬耳而太陽距地高卑之差止及兩心差之半與均輪之法不謀而合故撱圓之法正所以合不同心天與本輪均輪而一之也


乾隆御覽之寶

御製歴象考成後編卷一